

Quasistationäre Messung der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit an Kunststoffen

Von K.-H. HELLWEGE, W. KNAPPE und V. SEMJONOW

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 15. Mai 1959)

1. Einleitung

Kunststoffe zeichnen sich gegenüber metallischen Werkstoffen durch höhere spezifische Wärme und wesentlich geringere Wärmeleitfähigkeit aus. Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme zeigt besonders auffällige Erscheinungen in der Umgebung von Phasenumwandlungen. So fällt im Einfrierbereich, in welchem ein linearpolymerer Stoff aus dem gummielastischen in den spröden Zustand übergeht, die spezifische Wärme mit sinkender Temperatur rasch ab [1] bis [6]. Auch das Aufschmelzen kristalliner Bereiche sowie das Freiwerden von Reaktionswärmen bei Härtungsprozessen machen sich durch Änderungen der spezifischen Wärme bemerkbar [7] bis [11].

Weniger typisch scheinen die Änderungen zu sein, wenn die Wärmeleitfähigkeit von Hochpolymeren der Temperatur unterworfen ist [3], [6], [12], [13]. Es liegen hier nur wenige Meßergebnisse vor. Das Verhalten der Wärmeleitfähigkeit bei Polyvinylchlorid [14], [15] sowie bei Polyvinylchlorid [16] beobachtete steile Abfälle der Wärmeleitfähigkeit mit sinkender Temperatur konnte durch unsere unten mitgeteilten Messungen nicht bestätigt werden.

2. Meßprinzip

Durch das nachstehend beschriebene quasistationäre Verfahren lassen sich spezifische Wärme und Wärmeleitfähigkeit von schlecht leitenden Stoffen gleichzeitig messen. Dabei wird der zylindrischen Probe (Abb. 1) über eine eingebettete Heizwicklung H eine konstante Heizleistung \dot{Q} zugeführt. Aus dem zeitlichen Anstieg der Probentemperatur ergibt sich die spezifische Wärme und aus der Temperaturdifferenz zwischen zwei Punkten innerhalb der Probe die Wärmeleitfähigkeit.

Die Probe befindet sich im Vakuum und ist von einem adiabatischen Mantel umgeben, dessen Temperatur selbsttätig auf die Temperatur der Probenoberfläche geregelt wird. Dadurch wird der Wärmeaustausch mit der Umgebung vermieden.

2.1. Wärmeleitfähigkeit

Bei der Herleitung der Temperaturverteilung in der zylindrischen Probe nehmen wir an, daß die Heizquelle H eine zylindrische Fläche mit dem Radius b ist. Im quasistationären Zustand stellt sich eine Temperaturverteilung ein, so daß an jeder Stelle

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{const} \quad (1)$$

und zwar hängt der zeitliche Temperaturanstieg $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ von der in der Zeiteinheit zugeführten Wärmemenge \dot{Q} ,

der Masse m und der spezifischen Wärme c der Probe ab. Wir können also schreiben

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\dot{Q}}{m \cdot c} = \frac{\dot{Q}}{V \cdot \rho \cdot c} \quad (1a)$$

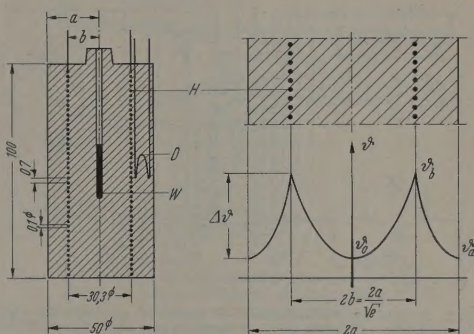


Abb. 1. Probenabmessungen und Temperaturverteilung in der Probe. H Heizdraht, D Differenzthermoelement für die Messung der Wärmeleitfähigkeit, W Widerstandsthermometer, θ Temperatur, $\Delta \theta$ maximale Temperaturdifferenz in der Probe

Aus der Wärmeleitungsgleichung für den unendlich langen Kreiszylinder

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

erhalten wir mit Gl. (1a)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\dot{Q}}{V \cdot \lambda}$$

Die Integration im Bereich $a \geq r \geq b$ liefert

$$\theta_1 = C_1 \cdot \ln r + \frac{\dot{Q}}{4V\lambda} r^2 + C_2$$

Da die Probe von einem adiabatischen Mantel umgeben ist, wird keine Wärme nach außen abgegeben und wir erhalten als Randbedingung $\partial \theta_1 / \partial r = 0$ für $r = a$. Daraus folgt

$$\theta_1 = \frac{\dot{Q}}{4V\lambda} \left(r^2 - \frac{a^2}{2} \ln r \right) + C_2$$

Bei der Integration im Bereich $b \geq r \geq 0$ fällt die Grundlösung $C_1 \cdot \ln r$ weg, da diese für $r = 0$ unendlich wird, damit ist

$$\theta_2 = \frac{\dot{Q}}{4V\lambda} r^2 + C_3$$

Die Integrationskonstante C_3 ist identisch mit der Temperatur in der Achse ($r = 0$) der Probe, wir können

daher schreiben

$$\vartheta_2 = \frac{\dot{Q}}{4V\lambda} r^2 + \frac{\dot{Q}}{V\rho c} \cdot t + \vartheta_0.$$

Aus der Bedingung $\vartheta_1 = \vartheta_2$ für $r = b$ ergibt sich die Integrationskonstante C_2 :

$$C_2 = \frac{\dot{Q}}{V\lambda} \left(\frac{\lambda}{\rho \cdot c} t + \frac{a^2}{2} \ln b \right) + \vartheta_0.$$

Damit erhalten wir die beiden Lösungen für die Temperaturverteilung in der Probe:

$$\vartheta_1 = \frac{\dot{Q}}{V\lambda} \left(\frac{r^2}{4} + \frac{\lambda}{\rho c} t + \frac{a^2}{2} \ln \frac{b}{r} \right) + \vartheta_0 \text{ für } a \geq r \geq b, \quad (2)$$

$$\vartheta_2 = \frac{\dot{Q}}{V\lambda} \left(\frac{r^2}{4} + \frac{\lambda}{\rho c} t \right) + \vartheta_0 \text{ für } b \geq r \geq 0. \quad (3)$$

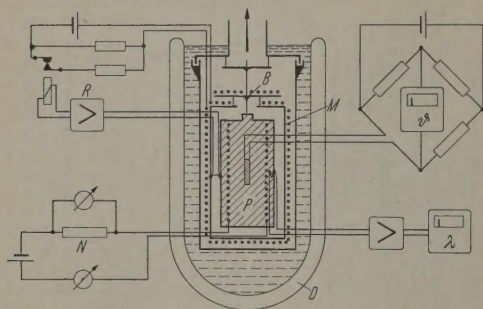


Abb. 2. Schema der Meßapparatur. P Probe, M adiabatischer Mantel, B Abschirmblech, D Dewar-Gefäß, R Regelkreis des adiabatischen Mantels, N Meßkreis für die Heizleistungsmessung, φ Meßkreis für die Temperaturmessung, λ Meßkreis für die Wärmeleitfähigkeitsmessung

Mißt man die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen zwei Punkten r_1 und r_2 innerhalb der Probe, so ergibt sich die Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{V \cdot \Delta\vartheta} \left(\frac{r_1^2 - r_2^2}{4} + \frac{a^2}{2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right) \text{ für } a \geq r_1 > r_2 \geq b \quad (4)$$

oder

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{V \cdot \Delta\vartheta} \cdot \frac{r_1^2 - r_2^2}{4} \text{ für } b \geq r_1 > r_2 \geq 0. \quad (5)$$

Der Durchmesser der Heizwicklung wurde so gewählt, daß im quasistationären Zustand die Temperatur ϑ_a der Probenoberfläche gleich der Temperatur ϑ_0 in der Zylinderachse der Probe wird, d. h.

$$\vartheta_1|_{r=a} = \vartheta_2|_{r=0}. \quad (6)$$

Damit erhalten die Temperaturunterschiede im Innern der Probe ihren kleinstmöglichen Wert. Setzt man die Bedingung (6) in die Gln. (2) und (3) ein, so erhält man den Radius b der Heizwicklung

$$b = \frac{a}{\sqrt{e}}. \quad (7)$$

Der Probenradius a wurde mit 25 mm festgelegt, damit wird $b = 15,16$ mm.

22. Spezifische Wärme

Beim Heizen der Probe mit der Heizleistung N wird ihr in der Zeit dt die Wärmemenge

$$dQ = N \cdot dt \quad (8)$$

zugeführt. Hierbei erhöht sich die Probentemperatur um

$$d\vartheta = \frac{dQ}{m \cdot c}$$

und man erhält aus (8) und (9) die spezifische Wärme

$$c = \frac{N}{m \cdot \frac{d\vartheta}{dt}}.$$

Da sich innerhalb der Probe eine Temperaturverteilung gemäß Abb. 1 einstellt, liefert das Meßverfahren eine mittlere spezifische Wärme für das Temperaturintervall $\vartheta_b - \vartheta_0 = \vartheta_b - \vartheta_a$. Dieses Temperaturintervall läßt sich aus den Gln. (2) und (3) berechnen. Durch Verringern der Heizleistung wird das Temperaturintervall verkleinert.

3. Meßapparatur

Den schematischen Aufbau der Meßapparatur zeigt Abb. 2. Die Probe P hängt an einem Faden in einem vakuumdicht verlöteten Rezipienten der sich in einem mit flüssiger Luft gefüllten Dewargefäß D befindet. Am Rezipienten sind über ein Neusilberrohr Vor-Hochvakuumpumpe sowie die Vakuummeßinstrumente angeschlossen. Zur schnelleren Abkühlung der Probe kann über ein Nadelventil Helium als Austauschgas eingeletet werden. Zum Einlöten des Rezipienten wird ein bei 70 °C schmelzendes Lot verwendet.

3.1. Adiabatischer Mantel

Der adiabatische Mantel M wurde aus dünnwandigem Messingrohr (Wandstärke 0,3 mm) hergestellt. Dadurch wird die Wärmekapazität klein gehalten, eine fast trägheitslose Temperaturregelung gewährleistet. Die Stirnflächen des Mantels bestehen aus Messingscheiben, die zum Einbringen der Probe gelöst werden können. Die obere Scheibe hat zum Evakuieren des Innenraumes eine Öffnung mit einem darübergesetzten Abschirmblech B . Blech und Öffnung sind so bemessen, daß die Probe vor Einstrahlung von außen geschützt ist.

Auf die Stirnflächen und das Abschirmblech wurde der Heizdraht mäanderförmig mit Silikonkautschukgießmasse aufgeklebt, wobei der Mittenabstand zwischen benachbarter Drähte gleich dem doppelten Drahtdurchmesser ist. Mit dem gleichen Drahtabstand wurde auch der zylindrische Teil des adiabatischen Mantels bewickelt, so daß von den in Reihe geschalteten Heizdrähten je Flächeneinheit die gleiche Heizleistung abgegeben wird.

Die innere Oberfläche des Mantels wurde vernickelt und poliert, um den Wärmeaustausch durch Strahlung mit der Probe bei ungenauer Temperaturregelung klein zu halten. Die äußeren Flächen wurden mit einer Aluminiumfolie überklebt.

Auf dem Abschirmblech sind mit Lötösen verschaltete Drähte festgeklebt. An diese thermisch fixierten Drähte werden sowohl die von der Probe als auch die von außen kommenden Zuführungsdrähte geklemmt. Dadurch wird die Wärmeleitung zur Probe über die Zuführungsdrähte unterbunden.

3.2. Temperaturregelung des adiabatischen Mantels

Als Meßfühler für die Temperaturregelung des adiabatischen Mantels dient ein Kupfer-Konstantan-

Differenzthermoelement, dessen eine Lötstelle am Mantel und die andere auf der Probenoberfläche befestigt wird. Die Thermospannung des Differenzthermoelementes wird einem Kompensationsschreiber¹ zugeführt, dessen Ansprechspannung etwa $2,5 \mu\text{V}$ beträgt und dessen Nullstellung in die Mitte der Skala eingelegt wurde. Mit dem Meßwagen des Kompensationsschreibers ist ein Potentiometerabgriff gekoppelt, der Abweichungen des Meßwertes vom einstellbaren Meßwert über einen Verstärker ein Relais steuert.

Über die Heizwicklung des adiabatischen Mantels fließt während der Messung ein Ruhestrom, der so geregelt wird, daß die Temperatur des Mantels während der Messung der Temperatur der Probenoberfläche bleibt. Diese Grundlast wird über das Relais des Reglers vergrößert, wodurch die Temperaturgleichheit zwischen Mantel und Probenoberfläche erzwingen wird.

Das Differenzthermoelement liefert bei Raumtemperatur eine Thermospannung von $40 \mu\text{V}$ je Grad. Bei der oben angegebenen Ansprechspannung des Kompensationsschreibers ist somit die Regelgenauigkeit bei Raumtemperatur besser als $\pm 0,1^\circ\text{C}$. Der in grober Näherung lineare Anstieg der Thermospannung mit der Temperatur und damit der Verbesserung der Regelgenauigkeit steht die Zunahme der durch Strahlung übergeführten Wärme nach dem Gesetz von STEFAN-BOLTZMANN gegenüber. Damit ergibt sich insgesamt eine Verschlechterung der Meßgenauigkeit mit steigender Temperatur.

33. Heizkreis

Zum Heizen der Probe wird Gleichstrom verwendet. Die Stromstärke wird so bemessen, daß im Mittel die Temperatur um etwa 1°C je Minute ansteigt. Als Stromquelle dient ein elektronisch stabilisierter Netzgleichrichter mit einer Spannungs Konstanz von $\pm 0,1\%$.

Die von der Heizwicklung an die Probe abgegebene elektrische Energie wird durch eine Strom- und eine Spannungsmessung ermittelt. Als absoluten Größtwerter erhalten wir dabei $\Delta N = \pm 1 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.

Da die Heizwicklung der Probe aus Isotandraht besteht, dessen Widerstand sich mit der Temperatur um $5 \cdot 10^{-4}\%$ je Grad ändert, erübrigt sich ein Einstellen der Heizleistung.

34. Temperaturmessung

Die Proben temperatur wird mit einem in der Probe sitzenden Widerstandsthermometer² gemessen. Das Widerstandsthermometer bildet einen Teil einer Wheatstone Brücke, deren Diagonalspannung einem Kompensationsschreiber¹ zugeführt wird. Die Brücke wird von einem stabilisierten Netzgleichrichter gespeist. Umschaltbare Vor- und Brückwiderstände unterteilen den Temperaturbereich in Intervalle von je 50°C . Durch ein Schrittschaltwerk erfolgt das selbsttätige Umschalten der Meßbereiche nach Erreichen des Endausschlages.

Zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit wird die Thermospannung des Differenzthermoelementes auf

einen Verstärker³ und dann ebenfalls auf den für die Temperaturmessung eingesetzten Schreiber gegeben. Ein im Gerät eingebauter Mikroschalter besorgt das wechselweise Umschalten der Meßstellen. Das Registrieren der beiden Meßkurven mit einem Schreiber ergibt eine genaue Zuordnung der Meßwerte und erleichtert das Auswerten. Einen Ausschnitt aus einer Registrierkurve zeigt Abb. 3.

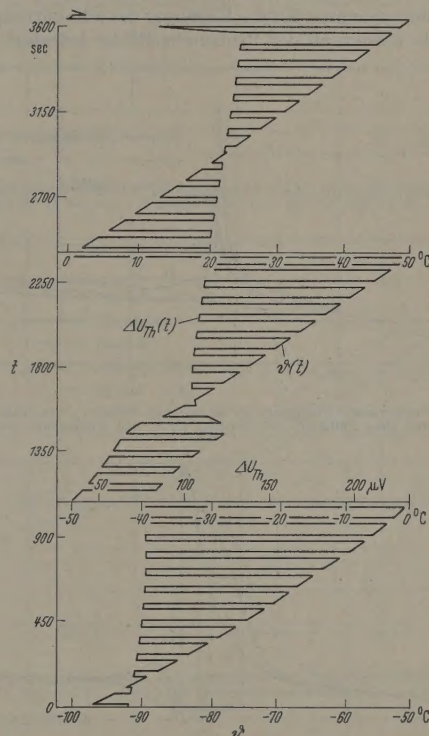


Abb. 3. Registrierkurve einer Messung an Silikonkautschuk. Heizleistung 12 W , $\Delta\phi = 5,9^\circ\text{C}$. ϕ Proben temperatur, t Zeit, ΔU_{Th} Thermospannung des Differenzthermoelements

4. Probenherstellung

4.1. Gegossene Proben

Proben aus gießbaren Substanzen werden in einer teilbaren Form hergestellt, in die zuvor die Heizwicklung und die Thermolemente eingebracht worden sind.

Die Heizwicklung wird auf einer spannbakenähnlichen Vorrichtung gewickelt. Vier auf den Umfang verteilte Stege aus einem geeigneten Klebstoff (z. B. UHU-hart) geben der Heizwicklung genügend Eigensteifigkeit und halten die Windungsabstände.

Diese Form der Heizung durch Drähte weicht von der in der Rechnung vorausgesetzten flächenförmigen Heizquelle ab. Wie sich aus einer Analogie betrachtung der Potentialverteilung in der Nähe eines Elektronenröhrengitters ergibt, sind aber bereits in ziemlich geringem Abstand ($0,3$ bis $0,5 \text{ mm}$) von der Heizwicklung praktisch kreiszylinderförmige Isothermen vorhanden. Erst außerhalb dieses Bereichs werden die Thermolemente zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit angebracht.

¹ Kompensationsschreiber der Firma Philips, Typ PR 9/M/04.

² Widerstandsthermometer der Firma Degussa, Typ P4.

³ Gleichspannungsverstärker der Firma Leeds & Northrup, Typ 9835-A.

42. Spritzgepreßte Proben

Mit Hilfe eines Spritzwerkzeugs werden auf einer hydraulischen Presse Kerne mit doppelgängigem Gewinde hergestellt. Der mit Heizdraht umwickelte Kern, auf dem der eine Schenkel des Differenzthermoelements für die Wärmeleitfähigkeitsmessung befestigt wird, wird dann im Werkzeug umspritzt. Der andere Schenkel des Differenzthermoelements sowie das Thermoelement für die Regelung des adiabatischen Mantels werden an der Probenoberfläche befestigt.

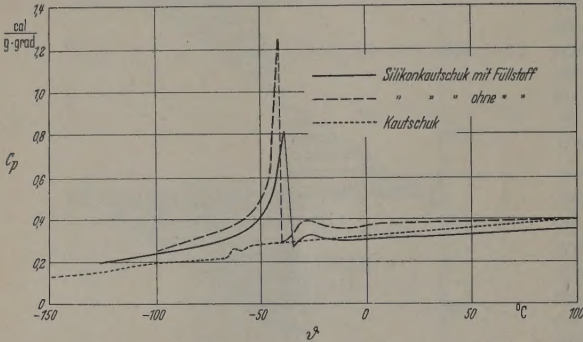


Abb. 4. Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme c_p von Silikonkautschuk mit und ohne Füllstoff, $\Delta\theta = 3,4$ und $6,7^\circ\text{C}$ und Kautschuk, $\Delta\theta = 2,9^\circ\text{C}$

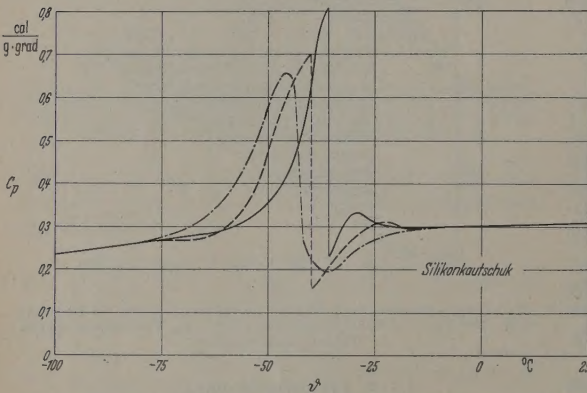


Abb. 5. Messungen der spezifischen Wärme c_p an Silikonkautschuk mit 3 W (—); 12,2 W (-----) und 27,1 W (- · - · -) Heizleistung. $\Delta\theta = 2,05; 11,7$ und $20,8^\circ\text{C}$

Nach beendeter Messung werden die Proben aufgeschnitten und auf gute Verschweißung zwischen Kern und Ummantelung sowie auf etwaige Lunker untersucht.

43. Proben aus Halbzeug

Proben aus Halbzeug können aus zwei Teilen hergestellt werden. Der zylindrische Kern erhält ein doppelgängiges Gewinde, in das der Heizdraht etwas überstehend gewickelt wird. Über den so präparierten Kern wird ein erwärmtes Rohr gezogen, das beim Abkühlen aufschumpft und damit einen guten Wärmekontakt gibt, was jedoch zu einer starken Verspannung des Materials führt. Zur Verbesserung des Wärmekontaktes kann der Kern vor dem Zusammenbau mit einem Kontaktmittel (z.B. Silikonöl) bestrichen werden.

Die Thermolemente können an den gewünschten Stellen in Bohrungen mit dünnen Stiften aus dem Probenmaterial festgeklebt werden.

5. Versuchsausführung

Nach dem Einbringen der Probe in den Rezipienten wird dieser evakuiert und dann zur Abkühlung flüssiger Luft umgeben. Zu Beginn des Versuchs wird bei eingeschalteter Temperaturregelung adiabatischen Mantels das Temperaturgleichgewicht zwischen Probenoberfläche und Mantel abgewartet. Dann beginnt das Heizen der Probe, wobei von Zeit zu Zeit die in der Probe verbrauchte Heizleistung gemessen wird.

Die Registrierkurve der Probentemperatur über der Zeit ergibt nach der numerischen Differentiation die zu der entsprechenden Temperatur gehörende spezifische Wärme, durch Einsetzen des zeitlichen Differentialquotienten der Temperatur in Gl. (10). Zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit wird die registrierte Temperaturspannung in die Temperaturdifferenz umgerechnet. Diese liefert dann unter Berücksichtigung der Lage des Differenzthermoelements der Probe die Wärmeleitfähigkeit [vgl. Gl. (4) und (5)].

6. Fehlerbetrachtung

Die Fehlerrechnung ergibt für die zur Bestimmung der spezifischen Wärme zugrundeliegende Gl. (10) eine Fehlergrenze von $\pm 1\%$. Darin ist der mögliche Wärmeaustausch durch eine dauernde Abweichung der Temperatur des adiabatischen Mantels um $\pm 0,1^\circ\text{C}$ von der Temperatur der Probenoberfläche bei Zimmertemperatur berücksichtigt.

Zur experimentellen Fehlerabschätzung wurde die Temperaturänderung einer Probe bei eingeschalteter Regelung des adiabatischen Mantels beobachtet. Bei -130°C änderte sich die Temperatur der nicht geheizten Probe um weniger als $0,1^\circ\text{C}$ innerhalb einer Stunde. Bei $+55^\circ\text{C}$ war ein Absinken der Temperatur um 1°C in einer Stunde zu beobachten, was einem Wärmeentzug von $9 \cdot 10^{-3}$ cal/sec entspricht. Die mittlere Heizleistung beträgt etwa 1 cal/sec, so daß auch bei diesem Experiment bei höheren Temperaturen auf errechneten Fehler führt. Berücksichtigt man noch die durch die Heizspirale behinderte thermische Ausdehnung des Probenkerns und damit die mögliche Umwandlung der Wärmeenergie in mechanische Arbeit, so läßt sich für die spezifische Wärme ein relativer Größtfehler von $\pm 3\%$ angeben. Für die Wärmeleitfähigkeit ergibt die Fehlerabschätzung eine Fehlergrenze von $\pm 20\%$. Der hohe Wert des Fehlers wird vor allem durch die in den Gln. (4) und (5) eingehenden Geometriefaktoren bedingt. Die Reproduzierbarkeit der Messungen ist von Substanz zu Substanz verschieden, jedoch im allgemeinen wesentlich besser als der errechnete Fehler.

7. Meßergebnisse

Die Messungen wurden an Proben gemacht, die aus handelsüblichen Substanzen hergestellt waren. Für jede Probe wurden die Messungen mindestens einmal unter den gleichen Versuchsbedingungen wiederholt. An einzelnen Proben auch mit veränderter Heizleistung.

Die den Kurven beigelegten Werte von $\Delta\theta$ geben die maximale Temperaturdifferenz in der Probe bei 20°C an.

71. Spezifische Wärme

Abb. 4 zeigt die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme einer kalthärtenden Silikon-schulie (Gießmasse 56 der Wacker-chemie GmbH, München) mit und ohne anor-nischem Füllmittel. Die scharfe Spitze bei 39°C weist auf eine Umwandlung hin, die sich Silikonkautschuk und nicht im Füllmittel spielt. Bei -30°C deutet sich außerdem ein Nebenmaximum an¹.

Um das Auflösungsvermögen der Apparatur ermitteln, wurde an drei Proben im Bereich Umwandlungstemperatur mit verschiedenen Heizleistungen mehrfach gemessen (Abb. 5). Es zeigt sich, daß mit zunehmender Heizleistung die Verbreiterung des Umwandlungsbereiches vergrößert wird, außerdem verschwindet das Nebenmaximum. Mit zunehmender Heizleistung verschiebt sich ferner das Hauptmaximum zu höheren Temperaturen. Diese Effekte lassen sich anhand der Temperaturverteilungskurve in der Probe (vgl. Abb. 1) verstehen, denn bei größer werdender Heizleistung, d.h. größer werdendem $\Delta\theta$, wird die spezifische Wärme über einen größeren Temperaturbereich gemittelt. Berücksichtigt man noch, daß die Temperaturmessung der Achse der Probe erfolgt, so erklärt sich auch die Verschiebung des Hauptmaximums. Im Bereich oberhalb der Umwandlungstemperatur ändert sich die spezifische Wärme nur wenig, daher fallen dort die mit verschiedenen Heizleistungen gewonnenen Kurven zusammen. Abb. 6 zeigt die spezifische Wärme von weichgemachtem Polyvinylchlorid (Vestolit P der Chemischen Werke Hüls, Marl) mit 20, 40 und 60 Gew.-% Di-(2-äthyl-n-hexyl)-phthalat. Die Proben mit 20% Weichmacher wurden im spritzgepreßten Werkzeug, die anderen in der Gießform hergestellt. Zur Verhinderung der Sedimentation wurden die Proben mit hohem Weichmachergehalt unter langsamem Drehen der Form in eine waagerechte Achse im Wärmeschrank bei 160°C geliert.

Die Meßergebnisse an gegossenen Proben waren gut reproduzierbar und wichen bei Wiederholung der Messung um weniger als 3% voneinander ab, lagen also innerhalb der Fehlergrenze. Von Probe zu Probe ergaben sich doch Abweichungen von etwa 6%. Größere Abweichungen traten an spritzgepreßten Proben auf. Hier erhielten wir bei der jeweils ersten Messung von Probe zu Probe Unterschiede bis zu 15%. Führt man mit einer Probe mehrere Messungen hintereinander durch, so weichen die Ergebnisse bis zu 30% voneinander ab. Ancheinend spielt bei spritzgepreßten Proben die Art der Verarbeitungsbedingungen (Spritztemperatur, Druck, Abkühlungsgeschwindigkeit usw.) beeinflusste Vorgeschichte des Materials (innere Spannungen, Orientierung) eine wichtige Rolle, vgl. hierzu [17].

Die in Abb. 6 gezeichnete Kurve für PVC mit 60% Weichmacher ist durch Mittelung über drei Messungen entstanden und gibt damit die Temperatur-

¹ Andersartige Versuche zur Überprüfung der im Umwandlungsgebiet ablaufenden Prozesse sind im Gange.

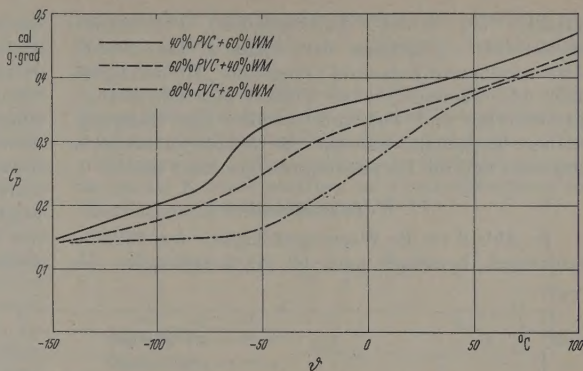


Abb. 6. Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme c_p von Polyvinylchlorid mit 20, 40 und 60% Weichmacher. $\Delta\theta = 3,6; 4,7$ und $7,1^\circ\text{C}$

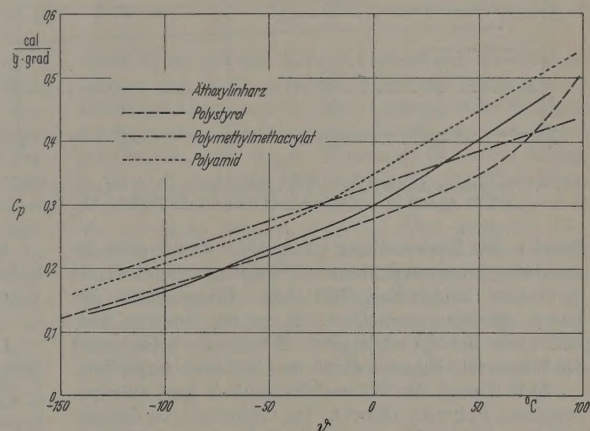


Abb. 7. Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme c_p von Äthoxylinharz ($\Delta\theta = 2,1^\circ\text{C}$), Polystyrol ($\Delta\theta = 4,1^\circ\text{C}$), Polymethylmethacrylat ($\Delta\theta = 4,2^\circ\text{C}$) und Polyamid

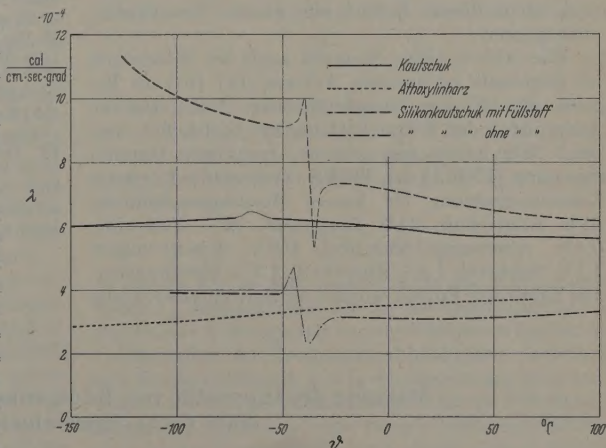


Abb. 8. Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit λ von Kautschuk ($\Delta\theta = 2,9^\circ\text{C}$), Äthoxylinharz ($\Delta\theta = 2,1^\circ\text{C}$), und Silikonkautschuk mit und ohne Füllstoff ($\Delta\theta = 3,4$ und $6,7^\circ\text{C}$)

abhängigkeit der spezifischen Wärme nur angenähert richtig wieder.

Abb. 7 zeigt die spezifische Wärme von Äthoxylinharz (Araldit 553 mit 10 Gew.-% Härter 951 der Ciba AG, Basel), Polystyrol (Polystyrol III,

glasklar der BASF, Ludwigshafen), Polymethylmethacrylat (Plexiglas der Röhm & Haas GmbH, Darmstadt) und Polyamid (Trogamid „R“ der Dynamit AG, Troisdorf). Die Proben aus Polymethylmethacrylat und Polyamid wurden aus Halbzeugstäben hergestellt, während die Äthoxylinharzprobe gegossen und die Polystyrolprobe gespritzt wurde.

72. Wärmeleitfähigkeit

In Abb. 8 ist die Wärmeleitfähigkeit von Silikonkautschuk, berechnet nach Gl. (4), aufgetragen. Im

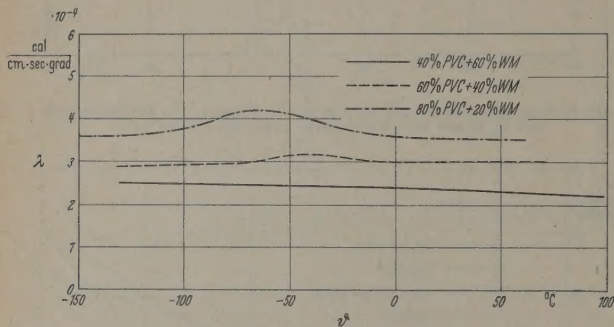


Abb. 9. Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit λ von Polyvinylchlorid mit 20, 40 und 60% Weichmacher, $\Delta\theta = 3,6; 4,7$ und $7,1^\circ\text{C}$

Bereich der Umwandlung kann $\partial\theta/\partial t$ nicht mehr als konstant angesehen werden. Damit verliert Gl. (4) in diesem Bereich ihre Gültigkeit. Dieses Stück der Kurve ist dünn gezeichnet, da es den wahren Verlauf nicht richtig wiedergibt. Wie zu erwarten, wird die Wärmeleitfähigkeit durch den Füllstoff vergrößert.

Abb. 9 zeigt die Wärmeleitfähigkeit von weichgemachtem Polyvinylchlorid. Im Gegensatz zu der Arbeit von GAST, HELLWEGE und KOHLHEPP [16] erhalten wir keine so starke Änderung der Wärmeleitfähigkeit im Bereich von -50°C , jedoch beobachten auch wir in diesem Bereich eine gewisse Temperaturabhängigkeit.

Wie Abb. 8 zeigt, konnten auch bei Kautschuk im Gegensatz zu anderen Autoren [14], [15] im Bereich der Umwandlungstemperatur keine starken Änderungen der Wärmeleitfähigkeit beobachtet werden. Wir haben eine weiche, spritzbare Gummimischung (TNR 55 der TEWA, Darmstadt) folgender Zusammensetzung für unsere Messungen benutzt: 31% Kautschuk, 31% Regenerat, 32% Füllstoffe, 0,4% Alterungsschutzmittel, 0,6% Beschleuniger, 1,1% Schwefel, 1,4% Zinkoxyd, 2,5% Weichmacher. Die Kerne der Proben wurden im Spritzpreßwerkzeug

hergestellt und wie bei den anderen spritzgepreßten Proben präpariert. Da ein Umspritzen der elastischen Kerne nicht möglich war, wurden die ebenfalls Spritzpreßwerkzeug hergestellten Ummantelungen über die Kerne gezogen und unter Druck aufvulkanisiert. Vorher wurden die Thermoelemente in Keilschnitten untergebracht. Die Wärmeleitfähigkeit von Polystyrol, Polymethylmethacrylat und Polyamid zeigte wegen der Schwierigkeiten bei der Befestigung der Thermoelemente in den aus Halbzeugen gefertigten Proben starke Abweichungen zwischen den einzelnen Messungen, so daß auf eine Wiedergabe verzichtet wird.

Zusammenfassung

1. Es wird ein quasistationäres Meßverfahren zur gleichzeitigen Bestimmung der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit beschrieben.
2. An Silikonkautschuk, weichgemachtem Polyvinylchlorid, Äthoxylinharz, Polystyrol, Polymethylmethacrylat, Polyamid und Kautschuk zwischen -150 und $+100^\circ\text{C}$ gemessene Werte der spezifischen Wärme und teilweise auch der Wärmeleitfähigkeit werden mitgeteilt.
3. Bei -39°C hat die spezifische Wärme von kalthärtendem Silikonkautschuk eine sehr scharfe Spitze.
4. Weichgemachtes Polyvinylchlorid und Kautschuk zeigen keine sprunghaften Änderungen der Wärmeleitfähigkeit im Einfrierbereich.

Literatur: [1] FERRY, J.D., and G.S. PARKS: J. Chem. Phys. 4, 70 (1936). — [2] BUCHDAHL, R., and L.E. NIELSEN: J. Appl. Phys. 21, 482 (1950). — [3] UEBERREITER, K., S. NENS: Kolloid-Z. 123, 1, 92 (1951). — [4] GAST, T.: Kunststoffe 43, 15 (1953). — [5] ALFORD, S., and M. DOLE: J. Amer. Chem. Soc. 77, 4774 (1955). — [6] UEBERREITER, K., u. S. PRUCKER: Kolloid-Z. 144, 120 (1955). — [7] MARK, and M. DOLE: J. Amer. Chem. Soc. 77, 4771 (1955). — [8] MARX, P., C.W. SMITH, A.E. WORTHINGTON and M. DOLE: J. Phys. Chem. 59 (10), 1015 (1955). — [9] SMITH, C.W., and M. DOLE: J. Polymer Sci. 20 (94), 37 (1956). — [10] WUNDERLICH, B., and M. DOLE: J. Polymer Sci. 24, 201 (1957). — [11] GAST, Th.: VDI-Z. 100 (23), 1081 (1958). — [12] HÖRMÜLLER, W., u. M. MÜNNICH: Kolloid-Z. 159 (1), 25 (1958). — [13] KRISCHER, O., u. H. ESDORN: VDI-Forsch.-H. 450, 1 (1954). — [14] SCHALLAMACH, A.: Proc. Phys. Soc. Lond. 53, 214 (1941). — [15] DAUPHINEE, T.M., D.G. IVEY and H.D. SMITH: Canad. J. Res. A 28, 596 (1950). — [16] GAST, Th., K.H. HELLWEGE u. E. KOHLHEPP: Kolloid-Z. 152, 24 (1957). — [17] DOLE, M.: Vortrag, gehalten in Bad Nauheim am 28. 2. 58.

Prof. Dr. KARL HEINZ HELLWEGE, Dr. WERNER KNAPPE und Dipl.-Phys. VALENTIN SEMJONOW,
Deutsches Kunststoff-Institut, Darmstadt

Messung der Intensität von Röntgenbeugungsreflexen mit Hilfe eines GaAs-Sperrschichtelements

Von HANS PFISTER

Mit 10 Textabbildungen

(Eingegangen am 25. Mai 1959)

Einleitung

Das Geiger-Müller-Zählrohr hat sich in sehr starkem Umfang zur Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen durchgesetzt. Es wird zur Registrierung von

Röntgenreflexen in der Spektrometeranordnung zur Registrierung des Reflexdiagramms von Pulverproben in dem Interferenz-Goniometer allgemein verwendet. Bei dem im Auslösebereich arbeitenden

Geiger-Müller-Zählrohr macht sich jedoch die relativ große Totzeit, die normalerweise größer als 10^{-4} sec ist, nachteilig bemerkbar. Bereits bei Zählraten von 100 Impulsen pro sec sind die Totzeitverluste in der Größe von 10% und bei größeren Impulsraten von mehr als 2000 Imp/sec ist das Zählrohr im allgemeinen nicht mehr verwendbar. Sehr viel günstiger liegen die Verhältnisse bei dem Proportionalzählrohr, das infolge seiner geringen Totzeit bis zu sehr hohen Zählraten von 10^6 Imp/sec und mehr eine lineare Anzeige von Röntgenstrahlintensitäten gewährleistet. Eine solche lineare Anzeige ist auch bei dem Szintillationszähler gegeben, der bei härterer Röntgenstrahlung gegenüber dem Zählrohr noch den Vorteil der vollständigen Absorption und Erfassung der auftretenden Strahlen hat. Deshalb werden neben dem Geiger-Müller-Zählrohr neuerdings auch viel Proportionalzählrohre und Szintillationszähler verwendet. Es ist auch über die Messung von Reflexintensitäten mit Hilfe der Widerstandsänderung von AgJ und CdS berichtet worden [1]. Im folgenden wird eine Aufnahmeanordnung beschrieben, bei der die Röntgenreflexe mit Hilfe eines Halbleiter-Sperrschichtelements registriert werden. Der bei der Bestrahlung eines solchen Sperrschichtkristalls auftretende Photostrom ist im Kurzschlußfall streng proportional zur auftretenden Röntgenstrahlintensität, er ist temperaturunempfindlich und der Kristall zeigt keinerlei Ermüdungserscheinungen, d. h. keine Änderung des Photostroms mit der Dauer der Bestrahlung. Bei sehr schwachen Bestrahlungen, wie sie bei den Reflexen von Pulverproben gegeben sind, ist auch die Leerlaufspannung des Sperrschichtphotoelementes proportional zur Strahlungsintensität; sie ist also ebenfalls eine direkte Meßgröße für die relativen Reflexintensitäten.

Zur Röntgenbestrahlung von p - n -Sperrschichten

Wird ein Halbleiterkristall mit Röntgenstrahlen bestrahlt, so wird die in dem Kristall absorbierte Energie vorwiegend zur Bildung von Ladungsträgerpaaren eingesetzt. Bei weicher Röntgenstrahlung erfolgt die Ladungsträgerbildung hauptsächlich durch Photoabsorption. Die Röntgenquanten geben ihre Energie an innere Elektronen der Atome ab, die ihrerseits dann je nach der Größe der übertragenen Energie in einer Reihe von Folgeprozessen eine mehr oder weniger große Schar von Elektron-Loch-Paaren erzeugen. Bei härterer Strahlung werden außerdem in zunehmendem Maße durch Compton-Prozesse freie Ladungsträger gebildet.

In einem homogenen Halbleiter führt die Bestrahlung lediglich zu einer Erhöhung der Ladungsträgerdichte und damit zu einer Erhöhung der Leitfähigkeit des Kristalls. Wird dagegen ein Halbleiterkristall bestrahlt, der durch entsprechende Dotierung neben einem eigenleitenden einen defektleitenden Bereich enthält, so werden die gebildeten Elektron-Loch-Paare, die durch Diffusion in die p - n -Übergangszone gelangen, in dem elektrischen Feld der Inversionszone nach ihrem Vorzeichen voneinander getrennt. Die Elektronen werden zum n -Bereich, die Defektelektro- nen zum p -Bereich getrieben, so daß sich zwischen dem p - und dem n -Bereich eine EMK ausbildet und in einem äußeren Kreis ein Photostrom fließt. Im Kurzschlußfall ist dieser Strom durch die Zahl der bei der Bestrahlung erzeugten Elektronen

im p -Bereich und Defektelektro- nen im n -Bereich bestimmt, die durch Diffusion in die p - n -Übergangszone gelangen [2].

Für einen Sperrschichtkristall vom Shokleyschen Typ mit der Fläche F , der eine oberflächlich liegende p -leitende Schicht der Dicke d hat und dessen n -Teil groß gegen die Diffusionslänge der Defektelektro- nen ist, ist der Kurzschlußstrom bei Vernachlässigung der Oberflächenrekombination [3]

$$I_K = F \cdot e \cdot g_0 \cdot \exp\left(-\frac{d}{L_A}\right) \cdot \left\{ \frac{L_p}{a_p + 1} + \frac{L_n}{a_n^2 - 1} \cdot \left[a_n \cdot \exp\left(\frac{d}{L_A}\right) \cdot \frac{1}{\mathfrak{E} \mathfrak{p}} \cdot \frac{d}{L_n} - a_n - \mathfrak{E} \mathfrak{g} \frac{d}{L_n} \right] \right\} \quad (1)$$

Für die Erzeugungsrate an der Kristalloberfläche gilt eine Beziehung

$$g_0 = \frac{E_0 \cdot \mu}{\varepsilon},$$

wobei E_0 die auf den Kristall auftretende Strahlungsleistung pro Flächeneinheit, ε der zur Bildung eines Ladungsträgerpaares im Mittel erforderliche Energiebetrag und μ der Absorptionskoeffizient der Strahlung ist. $L_A = 1/\mu$ ist die Eindringtiefe der Strahlung, L_n bzw. L_p sind die Diffusionslängen der Elektronen im p -Teil bzw. der Defektelektro- nen im n -Teil und es ist $a_n = L_n/L_A$ bzw. $a_p = L_p/L_A$. Eine genauere Diskussion der Gl. (1) ergibt, daß es vorteilhaft ist, wenn die Diffusionslängen der Ladungsträger groß gegen die Eindringtiefe der Röntgenstrahlen sind. Die Dicke d der p -leitenden Schicht ist jeweils in Abhängigkeit von der Eindringtiefe L_A und der Größe der Diffusionslängen so zu bemessen, daß der Kurzschlußstrom nach Gl. (1) einen maximalen Wert erreicht.

Während der Kurzschlußstrom eines Sperrschicht- elements proportional zur Bestrahlungsstärke ist, besteht für die Leerlaufspannung U_L bei einer Sperrschicht vom Shokleyschen Typ eine Beziehung [4]

$$U_L = \frac{kT}{e} \ln\left(1 + \frac{I_K}{I_S}\right). \quad (2)$$

Dabei ist I_S der Sättigungsstrom des Gleichrichters bei großen Sperrspannungen und kT/e die Temperaturspannung, die bei Zimmertemperatur 0,026 V beträgt. Bei schwacher Bestrahlung, für $I_K \ll I_S$, gilt die Näherung

$$U_L = \frac{kT}{e} \cdot \frac{I_K}{I_S}. \quad (2a)$$

In diesem Fall besteht nicht nur für den Kurzschlußstrom I_K , sondern auch für die Leerlaufspannung U_L eine lineare Abhängigkeit von der Röntgenstrahlstärke.

Bzüglich der Temperaturabhängigkeit verhalten sich Kurzschlußstrom und Leerlaufspannung ganz verschieden. Da in hochdotiertem Material die Diffusionslängen der Minoritätsträger temperaturunempfindlich sind, ist der Kurzschlußstrom in einem nicht zu großen Temperaturintervall temperaturunabhängig. Für die Photo-EMK besteht dagegen eine starke Temperaturabhängigkeit, da die Größe I_S , der Sättigungsstrom der thermisch erzeugten Ladungsträgerpaare, exponentiell von der Temperatur abhängt. Es gilt eine Beziehung

$$I_S = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{e \cdot U_B}{kT}\right), \quad (3)$$

wobei die Größe I_C gegenüber dem Exponentialglied als temperaturunabhängig betrachtet werden kann und U_B die Potentialdifferenz zwischen Valenzband und Leitfähigkeitsband bedeutet. Durch Einsetzen von (3) in die Gleichung der Photo-EMK (2) ergibt sich im Fall stärkerer Bestrahlung, solange $I_K \gg I_S$ ist, eine Temperaturbeziehung

$$U_L = U_B - \left(\frac{k}{e} \ln \frac{I_C}{I_K} \right) \cdot T. \quad (4)$$

Die EMK nimmt linear mit der Temperatur ab und ihr Maximalwert ist durch die Breite der verbotenen Zone vorgegeben [5]. Bei schwacher Bestrahlung, für $I_K \ll I_S$ besteht nach (2a) eine exponentielle Temperaturabhängigkeit. Es ist

$$U_L = \frac{kT}{e} \cdot \frac{I_K}{I_C} \cdot \exp \frac{e \cdot U_B}{kT}. \quad (5)$$

Aus dieser Beziehung ist weiter zu ersehen, daß bei schwacher Bestrahlung die Größe der Photo-EMK exponentiell von dem Bandabstand abhängt. Die relative Temperaturabhängigkeit von U_L ist, da wir in (5) das lineare Temperaturglied vernachlässigen können

$$\frac{1}{U_L} \cdot \frac{dU_L}{dT} = - \frac{e U_B}{kT^2}. \quad (5a)$$

Bei der Wahl des Halbleitermaterials für ein Sperrschichtelement ist neben der Größe der Diffusionslänge auch die Breite der verbotenen Zone von Bedeutung, da nicht nur die Photo-EMK sondern auch der Wirkungsgrad, mit dem die Strahlungsleistung in elektrische Leistung umgesetzt wird, um so größer ist, je größer der Bandabstand ist. In dieser Hinsicht ist die $A^{III}B^V$ -Verbindung GaAs mit einem Bandabstand von 1,38 eV [6] bzw. Si mit einem Bandabstand von 1,05 eV günstiger als Ge mit einem Bandabstand von 0,7 eV.

Die optimale elektrische Leistung eines Sperrschichtelements ergibt sich aus der allgemeinen Bedingung

$$\frac{\partial(I \cdot U)}{\partial I} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial(I \cdot U)}{\partial U} = 0.$$

Da für die Charakteristik eines p - n -Sperrschichtelements folgende Beziehung gilt [3]

$$I = I_K - I_S \cdot \left(\exp \frac{eU}{kT} - 1 \right) \quad (6a)$$

bzw.

$$U = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(1 + \frac{I_K - I}{I_S} \right) \quad (6b)$$

ist die Stromstärke bei optimaler Leistungsabgabe

$$I_m = I_S \left(1 + \frac{I_K - I_m}{I_S} \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{I_K - I_m}{I_S} \right) \quad (7a)$$

und die optimale Spannung bei Berücksichtigung von Gl. (2) [2]

$$U_m = U_L - \frac{kT}{e} \ln \left(1 + \frac{U_m}{kT/e} \right). \quad (7b)$$

Im Fall schwacher Bestrahlung ($I_K \ll I_S$) ergibt sich daraus

$$I_m = \frac{I_K}{2} \quad \text{und} \quad U_m = \frac{U_L}{2} \quad (8)$$

und die optimale Leistung ist mit Berücksichtigung von (2a)

$$N_m = \frac{I_K \cdot U_L}{4} = \frac{kT}{4e} \cdot \frac{I_K^2}{I_S}.$$

Bei schwacher Bestrahlung hat das Photoelement eine lineare Charakteristik und einen spannungsunabhängigen Innenwiderstand

$$R_i = \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{I_S}.$$

Wird das Photoelement mit energiereicher Strahlung von der Leistung E bestrahlt und ist der im Mittel zur Bildung eines Elektron-Loch-Paares erforderliche Energiebedarf $\alpha(e \cdot U_B)$, so ist der Kurzschlussstrom bei vollständiger Absorption der Strahlung und bei Vernachlässigung von Rekombinationsverlusten

$$I_K = \frac{E}{\alpha \cdot U_B}.$$

Der Faktor $\alpha > 1$ soll dabei zum Ausdruck bringen, daß die eingestrahlte Energie nicht ausschließlich zur Bildung von Elektron-Loch-Paaren umgesetzt wird, sondern daß sie teilweise auch an das Gitter abgegeben wird. Dies eingesetzt in (9) ergibt mit Berücksichtigung von (3) für die optimale Leistung

$$N_m = \frac{kT}{4e} \cdot \left(\frac{E}{\alpha \cdot U_B} \right)^2 \cdot \frac{1}{I_C} \exp \frac{e U_B}{kT} \quad (9)$$

und für den optimalen Wirkungsgrad

$$\frac{N_m}{E} = \frac{kT}{4e} \cdot \frac{E}{(\alpha \cdot U_B)^2} \cdot \frac{1}{I_C} \exp \frac{e U_B}{kT}. \quad (10)$$

Diese Beziehung besagt, daß der Wirkungsgrad eines p - n -Sperrschichtelements bei schwacher Bestrahlung linear mit der eingestrahlten Energie, exponentiell mit dem Bandabstand des Halbleitermaterials und exponentiell mit der reziproken absoluten Temperatur zunimmt.

Im Fall starker Bestrahlung geht I_m gegen bzw. U_m gegen U_L und für den Wirkungsgrad ergibt sich die folgende Näherung

$$\frac{N_m}{E} \rightarrow \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha \cdot U_B} \cdot \frac{kT}{e} \ln \frac{I_C}{E/\alpha \cdot U_B}. \quad (11)$$

Da das Glied unter dem Logarithmus eine sehr große Zahl ist, macht sich eine Änderung von U_B hier kaum bemerkbar. Das heißt, der von $1/\alpha$ abzuziehende Ausdruck ist praktisch umgekehrt proportional zur Bandbreite und proportional zur Temperatur T . Hier wird sich eine größere Bandbreite nicht mehr so stark begünstigend auf den Wirkungsgrad auswirken wie bei geringer Bestrahlung.

Wir wollen uns nun mit dem Einfluß einer Bestrahlung auf p - n -Sperrschichten in GaAs befassen. In Abb. 1 ist die Gleichrichterkennlinie eines GaAs-Sperrschichtkristalls der Fläche 0,61 cm² wieder gegeben. Der etwa 10 μ tief unter der Oberfläche liegende p - n -Übergang wurde durch Eindiffusion von Zink in n -leitendes Grundmaterial hergestellt. Ähnlich wie bei Si findet man auch bei GaAs Abweichungen gegenüber einem Gleichrichter vom Shokleyschen Typ. Für den Strom in Durchlaßrichtung besteht eine Beziehung

$$I_{Du} = I_0 \left(\exp \frac{U}{U_0} - 1 \right) \quad (12)$$

mit $U_0 = 0,055 \text{ V} = 2,1 \text{ kT}/e$ und $I_0 = 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ A}$. Der perrstrom zeigt keine Sättigung bei hohen Sperrspannungen. Dieses abweichende Verhalten läßt sich nach SAH, NOYCE und SHOKLEY [7] durch die Rekombination und die Erzeugung von Ladungsträgern der Inversionszone erklären, die hier nicht mehr, wie es in der Shokleyschen Theorie vorausgesetzt wird, vernachlässigt werden können.

Neben der Gleichrichtererkennlinie (a) ist in Abb. 1 auch die Photokennlinie (b) bei Bestrahlung des Kristalls mit 48 kV-Röntgenstrahlen wiedergegeben. Sie ist um den Kurzschlußstrom I_K gegen die Gleichrichtererkennlinie verschoben und läßt sich beschreiben durch die Beziehung

$$I = I_K - I_{Dv} = I_K - I_0 \left(\exp \frac{U}{U_0} - 1 \right). \quad (14)$$

Abb. 2 sind Messungen der Kurzschlußstromdichte und in Abb. 3 Messungen der Leerlaufspannung in

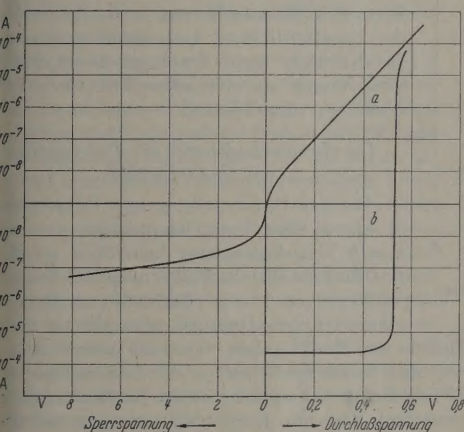


Abb. 1. Gleichrichtererkennlinie (a) eines p-n-GaAs-Kristalls und Photokennlinie (b) bei Bestrahlung mit 48 kV-Röntgenstrahlen

Abhängigkeit von der auftretenden Röntgenstrahlungsintensität wiedergegeben. Als Maß der Strahlungsintensität ist die Dosisleistung in Röntgen pro Minute aufgetragen. Wie zu erwarten, ist der Kurzschlußstrom nahezu proportional zur Bestrahlungsstärke, während die Photo-EMK in Übereinstimmung mit der Beziehung (14) der Photokennlinie eine Beziehung

$$U_L = U_0 \ln \left(1 + \frac{I_K}{I_0} \right) \quad (15)$$

t.

Die Zeitkonstante, mit der sich die Photo-EMK bildet bzw. mit der sie abklingt, ist von der Größenordnung 10^{-4} sec . Dabei ist diese Zeit nicht durch die Lebensdauer der freien Ladungsträger vorgegeben — bei den hier bestrahlten GaAs-Kristallen ist diese Lebensdauer um einige Größenordnungen kleiner — sie ist vielmehr durch die Lebensdauer von angeregten Zuständen bestimmt.

Röntgenspektrometer mit GaAs-Detektor

Bei der Messung von Röntgenstrahlungsintensitäten mit einem p-n-Sperrschichtelement empfiehlt es sich, wenn möglich den Kurzschlußstrom als Meßgröße zu verwenden. Der Kurzschlußstrom ist streng proportional zur auftretenden Röntgenstrahlungsintensität und

praktisch temperaturunabhängig. Bei nicht zu starker Bestrahlung ist der Innenwiderstand eines GaAs-Sperrschichtkristalls von der Größenordnung $10^7 \Omega$.

Abb. 4 zeigt das Schema einer Bragg'schen Spektrometeranordnung mit einem GaAs-Sperrschichtkristall

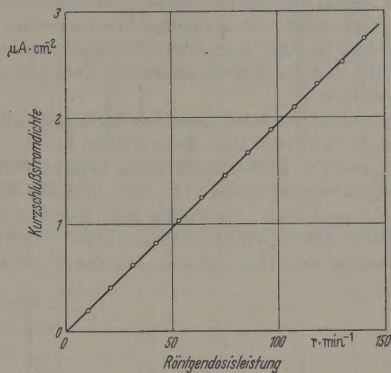


Abb. 2. Abhängigkeit der Kurzschlußstromdichte eines GaAs-Elements von der Röntgenstrahlungsintensität

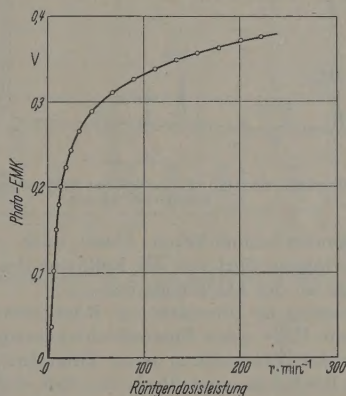


Abb. 3. Abhängigkeit der Leerlaufspannung eines GaAs-Elements von der Röntgenstrahlungsintensität

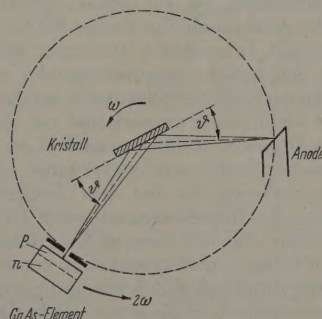


Abb. 4. Spektrometeranordnung mit GaAs-Sperrschichtkristall

als Strahlendetektor. Der GaAs-Kristall wird senkrecht zu dem etwa 10μ tief liegenden p-n-Übergang bestrahlt. Der sich dabei ausbildende Kurzschlußstrom wird mit einem Gleichstromzerhackerverstärker verstärkt und auf einen Kompensationsschreiber gegeben. Abb. 5 zeigt ein in dieser Weise aufgenommenes Spektrogramm eines AlSb-Einkristalls bei Bestrahlung mit ungefilterter Mo-Strahlung. Auf der Abszisse ist der

Bragg-Winkel ϑ angegeben, auf der Ordinate der Kurzschlußstrom des GaAs-Elements, d.h. die relative Intensität der auf den Empfängerspalt auftreffenden Röntgenstrahlintensität. Die Registrierung erfolgte in der üblichen Weise, daß der Kristall um den Spektrometermittelpunkt gedreht wird, und der Registrierspalt mit doppelter Winkelgeschwindigkeit auf dem in Abb. 4 gestrichelt gezeichneten Kreis so umläuft, daß der Reflexionswinkel stets gleich dem Einfallswinkel ist.

Da die angestrahlte Fläche des AlSb-Kristalls eine (111)-Fläche war und sich diese Fläche bei der Registrierung stets in Reflexionsstellung befand, treten in diesem Spektrogramm die 111-, 222- und 333-Reflexe der $\text{Mo } K_{\alpha}$ - und $\text{Mo } K_{\beta}$ -Strahlung auf. Der 222-Reflex ist bereits in das K_{α} -Dublett aufgespalten. Der plötzliche Anstieg des Untergrunds bei $\vartheta \approx 3^{\circ}$ mit dem

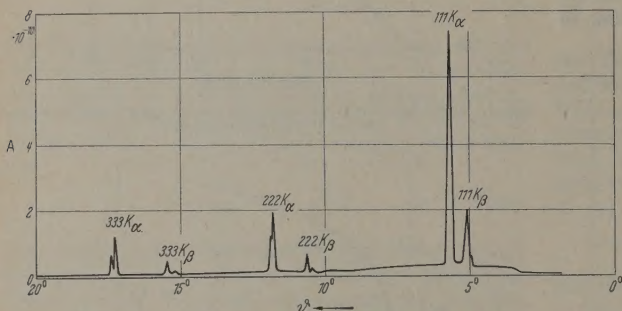


Abb. 5. Spektrogramm von AlSb mit ungefilterter Mo-Strahlung, Radius des Spektrometerkreises 160 mm

darauffolgenden allmählichen Abfall nach größeren Beugungswinkeln rührt von der Reflexion des Bremskontinuums an der 111-Fläche her.

Die Messung der Intensität von Röntgenbeugungsreflexen mit Hilfe eines Sperrschichtelements bringt gegenüber der Verwendung eines Zählrohrs gewisse Vorteile. Besonders vorteilhaft ist, daß der Photostrom streng proportional zu der auf den Kristall auftreffenden Röntgenstrahlstärke ist und zwar ohne jede Einschränkung bis zu beliebig großen Strahlstärken. Die Anwendung des Geiger-Müller-Zählrohrs ist dagegen auf Intensitäten bis etwa 2000 Imp/sec beschränkt und in dem darunterliegenden erfaßbaren Intensitätsbereich ist die Impulsrate infolge der Totzeitverluste nicht genau proportional zur Strahlintensität. Bei sehr großen Reflexintensitäten ist außerdem der statistische Fehler sehr viel kleiner als bei der Zählrohrregistrierung, da bei dem Zählrohr infolge seiner Totzeit die Impulsraten auf etwa 1000 Imp/sec zu beschränken sind und demzufolge größere Reflexintensitäten entsprechend geschwächt werden müssen. Die größeren statistischen Schwankungen, die eine solche Schwächung der Reflexe mit sich bringt, bedingt nicht nur einen größeren Fehler in der Intensitätsmessung, sie verringert unter Umständen auch das Auflösungsvermögen der Aufnahmeanordnung, da eine Linienaufspaltung eventuell durch statistische Schwankungen überdeckt bzw. vorgetäuscht werden kann. Bei dem in Abb. 5 wiedergegebenen Beugungsdiagramm werden Photoströme von 10^{-10} A, also von 10^9 Elementarladungen pro sec gemessen. Da ein auf den GaAs-Kristall auftreffendes Röntgenquant einen Anteil von etwa 10^3 Ladungsträgern zu dem

Kurzschlußstrom liefert, ist die Zahl der pro sec den Kristall auftreffenden Quanten 10^6 . Das h. der statistische Fehler ist bei 1 sec Meßzeit $\sqrt{1/10^6} = 0,1\%$, während er bei dem Zählrohr bei einer Impulsrate von 1000 Imp/sec und derselben Meßzeit $\sqrt{1/1000} = 3,2\%$ beträgt.

Ein weiterer Unterschied gegenüber dem Zählrohr ist die sehr viel stärkere Absorption der Strahlung durch den Kristall. Die Eindringtiefe von $\text{Cu } K_{\alpha}$ - und $\text{Mo } K_{\alpha}$ -Strahlung in GaAs ist etwa 30 μ .

Gegenüber dem Proportionalzählrohr und Szintillationszähler, die ebenfalls eine lineare Intensitätsanzeige liefern, zeichnet sich das Sperrschichtelement durch seine Einfachheit und Betriebssicherheit aus. Besonders hervorzuheben ist, daß solche Kristalle keinerlei Ermüdungserscheinungen, keine Änderung des Photostromes mit der Dauer der Bestrahlung aufweisen. Es konnten über viele Monate hinweg keine Änderungen der Empfindlichkeit festgestellt werden, die Kristalle nicht feuchtigkeitsempfindlich sind, lassen sie sich ohne besondere Vorkehrungen überzüge verwenden.

Interferenz-Goniometer für Pulverproben mit GaAs-Detektor

Bei der Untersuchung von Pulverproben in einem Interferenz-Goniometer — wie also in der Anordnung der Abb. 4 an Stelle des Einkristalls ein Pulverpräparat bestrahlt wird — sind die Reflexintensitäten einiger Größenordnungen geringer als bei

Reflexion an Einkristallen. Deshalb wurde hier an Stelle des Kurzschlußstromes die Leerlaufspannung des Photoelements verstärkt, zumal bei diesen geringen Intensitäten auch die Leerlaufspannung proportional zur Strahlintensität ist. Es ist allerdings zu beachten, daß diese Meßgröße im Gegensatz zum Kurzschlußstrom temperaturempfindlich ist.

Während bei der Registrierung des Kurzschlußstromes ohne Nachteil aus einem größeren Sperrschichtkristall ein spaltförmiger kleiner Bereich der Bestrahlung ausgeblendet werden kann, bringt bei der Messung der Leerlaufspannung eine Verringerung der Empfindlichkeit mit sich. Nach (2a) ist Photo-EMK umgekehrt proportional zu dem Sättigungsstrom I_s [bzw. I_0 bei GaAs, vgl. (15)], der seinerseits proportional zu der Fläche der p - n -Sperrschicht ist. Deshalb empfiehlt es sich, die Gesamtfläche des Sperrschichtkristalls möglichst nicht größer als die ausgeleuchtete Fläche zu wählen.

In Abb. 6 ist das Pulverdiagramm von Kupfer bei Bestrahlung mit gefilterter Cu-Strahlung wiedergegeben. Hierzu wurde der Primärstrahl mittels einer Sektorscheibe mit einer Frequenz von 13 Hz unterbrochen und die Photowechselspannung des GaAs-Elements in einem rauscharmen Verstärker mit einem empfindlichen Gleichrichter verstärkt. Abgebildet ist ein in gleicher Weise aufgenommenes Pulverdiagramm von Zn mit einem Zusatz von ZnO.

Falls mit Temperaturschwankungen im Zusammenhang die Registrierung eines Reflexdiagramms zu rechtfertigen ist, so lassen sich die dadurch bedingten Änderungen der Photospannung in sehr einfacher Weise erfassen und berücksichtigen. Nach (5) ist die Temperatur

hängigkeit der Photo-EMK durch die exponentielle Temperaturabhängigkeit des Sättigungsstromes I_s bestimmt. Die Temperaturabhängigkeit dieser Größe läßt sich aber ermitteln, wenn an den Sperrschichtkristall in einer Richtung eine Spannung angelegt wird und die dadurch bedingte Sperrstrom registriert wird. Dies kann neben der Messung der Photo-EMK in der Weise erfolgen, daß jeweils in den Zwischenperioden, in denen durch die Sektorleiste die Bestrahlung unterbrochen wird, an dem Kristall eine Sperrspannung angelegt wird und dabei der Sperrstrom gemessen wird. Die relative Änderung dieses Sperrstromes ist bis auf das Vorzeichen gleich der relativen Änderung der Photo-EMK infolge Temperaturänderungen. Wird an Stelle der Photospannung direkt das Produkt dieser Spannung mit dem Sperrstrom registriert, so ist die Temperaturabhängigkeit der Photo-EMK von vornherein aufgehoben.

Als weiteres Anwendungsbeispiel sind in Abb. 8—10 Reflexdiagramme von Polyäthylen nach verschiedenen Behandlungen wiedergegeben. Hier wurde die auf die Proben auftreffende Röntgenstrahlung durch Reflexion an einem geeigneten Quarzkristall monochromatisiert. Diese Diagramme zeigen den Einfluß einer Elektronenbestrahlung auf die Struktur von Polyäthylen. Bei der unbestrahlten Probe sind die „kristallinen“ Reflexe 110 und 200 stark ausgebildet. Der von dem nichtkristallinen Anteil herrührende diffuse Halo, dessen Intensitätsmaximum bei einem Bragg-Winkel $\vartheta \sim 10^\circ$ liegt, ist gestrichelt in das Diagramm eingezeichnet worden. In Abb. 9, nach einer Elektronenbestrahlung der Probe, ist die Intensität der kristallinen Reflexe, d. h. der kristallinen Anteil der Probe, wesentlich geringer und bei noch stärkerer Bestrahlung, in Abb. 10, sind die kristallinen Reflexe ganz verschwunden, die Probe ist völlig amorph.

Abschließend soll noch darauf hingewiesen werden, daß mit einem solchen Sperrschichtelement auch einzelne Röntgenquanten gezählt werden können. Dabei zeichnet sich das Sperrschichtelement gegenüber dem Proportionalzählrohr und dem Szintillationszähler durch ein besseres energetisches Auflösungsvermögen aus. Während beim Proportionalzählrohr zur Bildung eines Ionenpaares eine Energie von 30 eV verbraucht wird und bei dem Szintillationszähler die für ein Sekundärelektron im Mittel erforderliche Energie noch um eine Größenordnung höher liegt, ist in einem Halbleiter zur Bildung eines Elektron-Loch-Paares nur eine Energie von etwa 3 eV [8] erforderlich. Demzufolge sind bei dem Halbleiterelement die Impulsschwankungen geringer. Dies ist sowohl bei der Impulshöhen Diskriminierung als auch bei der Messung in Impulsgrößen von Bedeutung.

Herr Dr. R. GREMMELMEIER hat die GaAs-Sperrschichtkristalle hergestellt, für deren Überlassung ich besonderem Dank verpflichtet bin. Herrn H. JA-

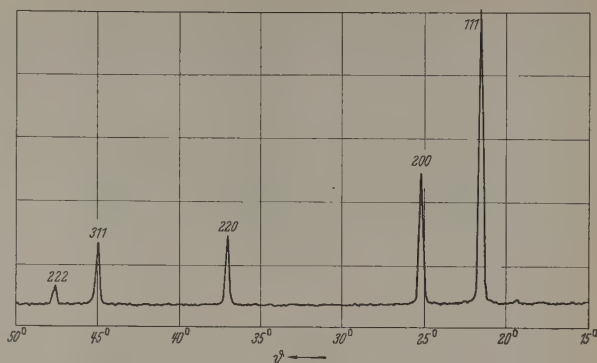


Abb. 6. Pulverdiagramm von Cu. Cu K α -Strahlung, Goniometerradius 150 mm

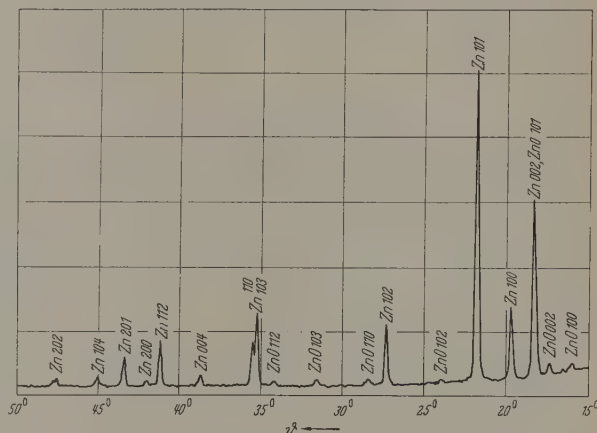


Abb. 7. Pulverdiagramm von Zn mit ZnO-Zusatz. Cu K α -Strahlung, Goniometerradius 150 mm

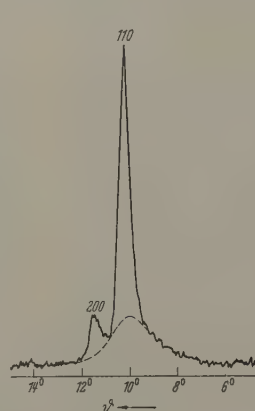


Abb. 8. Reflexdiagramm von Niederdruckpolyäthylen. Monochromatische Cu K α -Strahlung

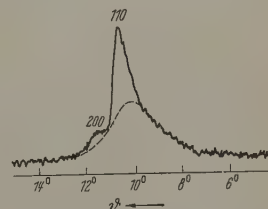


Abb. 9. Reflexdiagramm von Niederdruckpolyäthylen nach einer Elektronenbestrahlung. Sonst wie Abb. 8

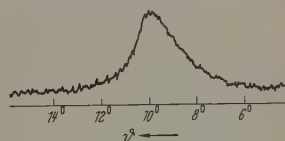


Abb. 10. Reflexdiagramm von Niederdruckpolyäthylen nach stärkerer Elektronenbestrahlung. Sonst wie Abb. 8

BLONSKI danke ich für wertvolle Hilfe bei der Durchführung der Experimente.

Zusammenfassung

Es wird die Intensitätsmessung von Röntgenbeugungsreflexen mit Hilfe des Kurzschlußstromes bzw. der Leerlaufspannung eines Halbleiter-Sperr-

schichtelements diskutiert und über die Anwendung eines GaAs-Sperrschichtelements zur Registrierung von Einkristallreflexen und Reflexdiagrammen von Pulverproben berichtet.

Literatur: [1] MIHAILOVIC, M. Z.: C. R. Acad. Sci., Paris 238, 492 (1954). — ROTHE, H., u. L. KRAMER: Experimentelle Technik der Physik, Bd. 5, S. 17. 1957. — SIMON, H., u. M. v. HEIMENDAHL: Ann. Phys. 20, 355 (1957). — HENRY, B., and H. COLE: Rev. Scient. Instrum. 30, 90 (1959). — [2] WIESNER, R.: Halbleiterprobleme III, S. 59. Braunschweig:

Vieweg & Sohn 1956. — [3] CUMMEROW, R. L.: Phys. 95, 16 (1954). — [4] FAN, H. Y.: Phys. Rev. 75, 1631 (1949) [5] PFISTER, H.: Z. Naturforsch. 11a, 434 (1956). — [6] WALD, F.: Z. Naturforsch. 10a, 927 (1955). — [7] SAH, C. R. N. NOYCE and W. SHOKLEY: Proc. Inst. Radio Engrs 1228 (1957). — [8] MCKAY, K. G., and K. B. McAFEE: P. Rev. 91, 1079 (1953). — CHYNOWETH, A. G., and MCKAY: Phys. Rev. 108, 29 (1957).

Dr. HANS PFISTER,

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG
Erlangen

Zur Theorie der Oberflächenströme an Halbleiteroberflächen

Von E. GROSCHWITZ und R. EBHARDT

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 27. Mai 1959)

Einleitung

Im Anschluß an eine frühere Arbeit der Verfasser [1] über den Einfluß der Oberflächenbelegung und der physikalischen Parameter des Halbleiters auf den Aufbau einer Inversionsschicht soll im folgenden eine Beschreibung der Oberflächenströme gegeben werden, die sich auf die in [1] mitgeteilten Ergebnisse stützt. Hierbei wird eine Konzeption gewählt, in der sich die physikalischen Verhältnisse in einer analytisch geschlossenen Form darstellen lassen.

Hinweise auf die Existenz von Oberflächenströmen an Halbleitern nahmen ihren Ausgang von Schwierigkeiten und Unregelmäßigkeiten, die bei der Dioden- und Transistorfertigung, allgemein bei stromdurchflossenen pn -Übergängen, auftraten. Diese Anomalien betreffen im wesentlichen erhöhte Sperr- und Flußströme, zeitliche Inkonzanz der Stromspannungscharakteristik und vermehrtes Rauschen. Das 1/f-Rauschen von Dioden und Transistoren erwies sich in der Hauptsache als ein Oberflächeneffekt [2]. Es liegt nahe, das Rauschen auf die großen Einfangszeiten der Oberflächenzustände zurückzuführen [3]. Das Rauschspektrum erstreckt sich bis zu Frequenzen von 10^{-6} Hz. Erhöhte Ströme in Sperr- und Flußrichtung können bei Dioden und Transistoren durch abnorm hohe Rekombinationsgeschwindigkeiten der Träger in der Nähe des pn -Überganges verursacht sein [4].

Eingehend untersucht und von größerem Interesse sind Veränderungen der Sperrstromcharakteristik durch Leckströme, die an Halbleiterkontakten parallel zur Oberfläche in Inversionszonen fließen. Nach Untersuchungen von J. BARDEEN und W. H. BRATTAIN [5] sowie von P. AIGRAIN [6] führten andere Autoren [7] bis [11] Messungen der Leitfähigkeit in solchen Kanälen durch.

M. CUTLER und H. M. BATH [12] behandeln den Stromübergang zwischen der Inversionszone und dem darunterliegenden Halbleitermaterial formal als einen konventionellen pn -Übergang, auf den die Shockleysche Theorie angewandt ist, und gelangen bei Annahme eines Ohmschen Spannungsabfalls in den Raumelementen der Inversionszone zu einem Ausdruck für die Leckstromcharakteristik. Eine theoretische Beschreibung der physikalischen Verhältnisse in Inversionsschichten wurde insbesondere von A. I. GUBANOV

[13] und von anderen [14], [15] gegeben. Der hier Rede stehende Problemkreis der Inversionsschicht ist ferner von H. U. HARTEN und W. SCHULTZ ausführlich dargestellt und untersucht worden [16].

In der vorliegenden Arbeit betrachten wir wesentlich das von M. CUTLER und H. M. BATH [12] untersuchte Problem. Die Voraussetzungen der Shockleyschen Theorie des pn -Überganges sind in einer Inversionsschicht in Wirklichkeit nicht erfüllt, so daß die Ergebnisse dieser Theorie nicht ohne Bedenken auf Vorgänge in Inversionsschichten angewandt werden dürfen. Die Umkehr des Leitungstyps erfolgt bei einer Inversionsschicht nicht wie bei einem konventionellen pn -Übergang durch die Dotierung des Halbleiters, sondern wird durch die elektrische Flächenladung von adsorbierten Gasionen an der Kristalloberfläche erzeugt. Den Unterschied zwischen einer Inversionsschicht an der Oberfläche und einem pn -Übergang im Inneren eines Halbleiters zeigt insbesondere der jeweils grundsätzlich verschiedene Potentialverlauf. Dieser hat bei einer Inversionsschicht infolge der sich bis zur Kristalloberfläche erstreckenden gleichartigen Dotierung keinen Wendepunkt, wie dies bei einem pn -Übergang im Inneren des Kristalls bei dem Wechsel der Dotierung der Fall ist. Infolgedessen findet in einer Inversionsschicht an der Halbleiteroberfläche eine ständige zunehmende Abkrümmung des Potentials bis zum Kristallrand statt.

Von Interesse ist eine quantitative Beschreibung des Einflusses der Oberflächenladung, der charakteristischen Parameter des Halbleiters sowie der Rekombinations- und Paarbildungsprozesse und der Diffusionseffekte auf die Strom-Spannungscharakteristik der Oberflächenströme. Es werden im folgenden auch Vorgänge an speziellen Halbleitersystemen, z. B. Oberflächenströme in der Umgebung der Metallspitze von Spitzengleichrichtern und am Emitter oder Kollektor von Transistoren in Betracht gezogen, wobei allem die geometrischen Verhältnisse eine Rolle spielen. Wir untersuchen zunächst nur den Fall der Gleichstrombelastung. Der Fragenkomplex zeitabhängiger Vorgänge in Inversionsschichten wird in einer späteren Fortsetzung erörtert. Ein möglicherweise vorhandener Stromtransport in der an der Halbleiteroberfläche adsorbierten Schicht von Fremdatomen und Molekü-

nd im folgenden nicht berücksichtigt. Es werden die elektrischen Eigenschaften der mit einer Schicht adsorbierter Gasionen bedeckten Halbleiteroberfläche summarisch durch eine effektive Flächenladungsdichte erklärt, derzufolge am Kristallrand eine der Ladungsdichte proportionale Randfeldstärke besteht, die als Endwert des Feldverlaufes den Aufbau der Inversionsschicht wesentlich beeinflusst. Daß adsorbierte Gasionen den Leitungstypus an der Halbleiteroberfläche und mit dem Aufbau der Inversionsschicht bestimmen, ist experimentell erwiesen.

Ein Modell des Oberflächenstromes

Aus der Halbleitertechnik ist bekannt, daß insbesondere bei Transistoren und Kristalldioden Oberflächenströme, die in Inversionsschichten parallel zur Oberfläche fließen, als Nebenschlüsse eine wesentliche, oft unerwünschte Rolle spielen. Diese Oberflächenströme liefern häufig einen Beitrag zum Gesamtstrom in gleicher Größenordnung wie dieser. Hierdurch werden die elektrischen Eigenschaften gleicher Bauelemente sehr oft bei jedem Exemplar verschieden modifiziert. Solche Effekte sind an Spitzendioden und Transistoren seit langem bekannt [17]. Die beobachteten Unterschiede und die Veränderlichkeit der elektrischen Eigenschaften von Halbleiterkontakten rührt im allgemeinen von den Einflüssen der an der Oberfläche leicht veränderlichen physikalischen Verhältnisse her. Aus den genannten Gründen ist es eckmäßig, die mit der Existenz von Oberflächenströmen in Zusammenhang stehenden Erscheinungen nicht als unerwünschte Nebeneffekte im Vergleich zu den Vorgängen im Halbleiterinneren zu betrachten. Vielmehr gebührt den elektrischen Vorgängen an der Kristalloberfläche und in der Inversionszone ein besonderes Interesse als selbständiger Fragenkomplex. Man darf vermuten, daß Oberflächenströme an Halbleitern in Zukunft vielleicht auch technische Nutzwendungen finden werden.

Im Hinblick auf die technischen Gegebenheiten der meisten Halbleiterkontakte behandeln wir im folgenden das zylindersymmetrische Problem. Beispielsweise betrachten wir, ohne hierdurch die Allgemeinheit der physikalischen Vorgänge wesentlich einzuschränken, den Oberflächenstrom in der Umgebung einer Spitzendiode. Diese ist schematisch in Abb. 1 dargestellt. Unter der auf dem n -leitenden Kristall festgezogenen Metallspitze ist ein halbkugelförmiges Gebiet zu sehen, das durch den Prozeß des Formierens leitend und sehr niederohmig geworden ist. Der Spitzenkontakt besteht deshalb im wesentlichen aus diesem halbkugelförmigen pn -Übergang, über den der Volumenanteil des Gesamtstromes fließt [18], [19]. Der Oberflächenstrom hingegen fließt durch die Inversionsschicht, die sich an der Oberfläche als eine flache zylindrische Scheibe zwischen den Radien r_1 und r_2 erstreckt. Bei r_2 befindet sich die den ganzen Halbleiter umschließende, beispielsweise halbkugelförmige Außenelektrode.

In Wirklichkeit ist der Stromlinienverlauf des Oberflächenstromes beim Übergang zwischen der Inversionsschicht und dem neutralen, n -leitenden Halbleitergebiet sehr kompliziert und in jeder Entfernung vom Zentrum verschieden. Unsere Konzeption zur Beschreibung der Verhältnisse besteht nun darin, daß

wir statt dessen den Strom in einer oben und unten abgeschlossen gedachten, zylindrischen Modellinversionsschicht betrachten, in der der Strom nur parallel zur Oberfläche in radialer Richtung fließen kann. In allen zylindersymmetrischen Querschnitten senkrecht zur Kristalloberfläche soll die Trägerkonzentration der Modellinversionsschicht homogen sein. Wenn keine äußere Spannung zwischen den Elektroden r_1 und r_2 liegt, soll die Modellschicht überall die homogene, mittlere Trägerkonzentration \bar{p}_0 besitzen, die mit der in [1] angegebenen Formel (43) identisch ist. Bei starker Inversion [1], die hier vorausgesetzt werden soll, können wir die Modellschicht näherungsweise mit der Anreicherungsschicht identifizieren. Die Anreicherungsschicht erstreckt sich nach unserer in [1] gegebenen Definition vom Kristallrand bis zu einer Tiefe x' in das Raumladungsgebiet hinein, wo die Defektelektronenkonzentration der Inversionsschicht gerade

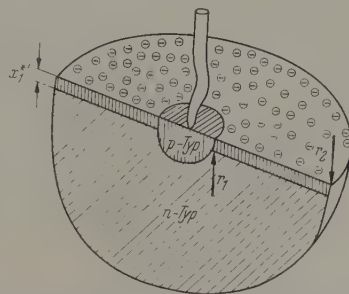


Abb. 1. Modell einer Spitzendiode mit ausgeprägter Oberflächeninversionsschicht (x' : spannungsabhängige Dicke der Anreicherungsschicht; r_1 Radius der formierten, halbkugelförmigen p -Zone)

gleich der als konstant angenommenen Donatorenkonzentration ist. Die sich direkt an die Kristalloberfläche anschließende Anreicherungsschicht ist somit dadurch gekennzeichnet, daß in ihr die Trägerdichte des gegenüber dem neutralen Halbleiterinneren invertierten Leitungstypus an jeder Stelle stets größer ist (im randnahen Gebiet sogar um mindestens eine Größenordnung) als die im ganzen Kristall homogen angenommene Störstellenkonzentration. Dieser in Wirklichkeit an Halbleiteroberflächen meist realisierte Fall wurde in [1] als „starke Inversion“ bezeichnet.

Der durch die Grenze der Inversionsschicht tatsächlich stattfindende Stromfluß wird in unserer Modellinversionsschicht dadurch beschrieben, daß bei einer zwischen den Elektroden r_1 und r_2 angelegten Spannung die mittlere Trägerkonzentration \bar{p}_0 an jeder Stelle r nach einer sich zwischen r_1 und r_2 ausbildenden Spannungsverteilung variiert wird. Der in der Modellschicht parallel zur Oberfläche entstehende, zylindersymmetrische Potentialverlauf ist mit einer entsprechenden Verteilung der Trägervariation $\delta \bar{p}(r) = \bar{p}(r) - \bar{p}_0$ verknüpft. Diese Feld- und Dichteverteilungen bedingen sich gegenseitig. Der zylindersymmetrische Potentialgradient bewirkt somit einerseits die Bewegung der Ladungsträger in der idealisierten Modellinversionsschicht und andererseits eine Variation der mittleren Trägerdichte, die man sich durch homogen in der Schicht verteilte fiktive Quellen erzeugen denken kann. Dieser Mechanismus ist ein modellmäßiger Ersatz für die in Wirklichkeit sehr komplizierte Stromverteilung. Der Zusammenhang zwischen

Feldverteilung und Variation der mittleren Trägerdichte im Inneren der Modellinversionsschicht wird durch die Zerlegung des Potentialgradienten in das Produkt

$$E(r) = -\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\partial U}{\partial \delta \bar{p}} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} \quad (1)$$

hergestellt. Den allgemeinen Ausdruck für den Oberflächenstrom erhält man jetzt, indem man die Summe der Stromdichten der Elektronen und Defektelektroden mit der Zylindermantelfläche $2\pi r h$ multipliziert (h Höhe der Modellinversionsschicht).

$$\begin{aligned} J &= (j_n + j_p) \cdot 2\pi r h \\ &= 2\pi q h \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} r \left\{ [\mu_p \bar{p}_0 + \mu_n \bar{n}_0 + (\mu_n + \mu_p) \delta \bar{p}] \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(-\frac{\partial U}{\partial \delta \bar{p}} \right) + (D_n - D_p) \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Die hier auftretenden Trägerbeweglichkeiten μ_n und μ_p und die Diffusionskoeffizienten D_n und D_p sind im Vergleich zu den entsprechenden Größen im Halbleiterinneren im allgemeinen durch den Einfluß des Kristallrandes etwas modifiziert [20], wir betrachten sie als effektive Größen, in denen die randbedingten Störeffekte enthalten sein sollen. Da jedoch die Dicke der Inversionsschicht mindestens um eine Größenordnung größer ist als die freie Weglänge der Elektronen und Löcher werden diese Anomalien im allgemeinen relativ klein sein. In (2) bedeutet q den Betrag der Elementarladung. Die Änderung der mittleren Trägerdichte mit der Spannung bzw. der in (2) auftretende reziproke Wert $(-\partial U / \partial \delta \bar{p})$ wurde bereits in [1] (Formel 48) berechnet. Zur Vereinfachung des Problems haben wir gemäß (2) in der Modellinversionsschicht $\delta \bar{p} = \delta \bar{n}$ vorausgesetzt. Dies ist in Wirklichkeit nur näherungsweise erfüllt. Durch diese Voraussetzung gelingt es aber, das Auftreten nichtlinearer Differentialgleichungen zur Berechnung der Trägervariation als Funktion von r zu vermeiden.

Als Ausgangspunkt für die Berechnung der Trägervariationen stehen die Kontinuitätsgleichungen

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \bar{n} = \frac{1}{q} \operatorname{div} \mathbf{j}_n - \frac{\delta \bar{n}}{\tau_n} + G_n, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \bar{p} = -\frac{1}{q} \operatorname{div} \mathbf{j}_p - \frac{\delta \bar{p}}{\tau_p} + G_p \quad (4)$$

zur Verfügung. Die Größen G_n und G_p sind durch äußere Einwirkungen bedingte Trägererzeugungsraten. Ferner gilt für die Stromdichten

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \mathbf{E} + q D_n \operatorname{grad} \delta \bar{n}, \quad (5)$$

$$\mathbf{j}_p = \sigma_p \mathbf{E} - q D_p \operatorname{grad} \delta \bar{p} \quad (6)$$

mit den Leitfähigkeiten

$$\sigma_n = q \mu_n (\bar{n}_0 + \delta \bar{n}), \quad (7)$$

$$\sigma_p = q \mu_p (\bar{p}_0 + \delta \bar{p}). \quad (8)$$

Die Lebensdauern τ_n und τ_p der Elektronen und Löcher sind Funktionen der Trägerdichten. Demzufolge sind die Rekombinationsüberschußraten $\delta \bar{n} / \tau_n$ und $\delta \bar{p} / \tau_p$ voneinander verschieden, wenn die Elektronen und Löcher über Rekombinationszentren unabhängig rekombinieren.

Als einfachste modellmäßige Voraussetzungen die idealisierte Modellinversionsschicht nehmen zunächst an, daß diese im unbelasteten Fall neu sein soll

$$\bar{p}_0 - \bar{n}_0 + n_{D^+} - n_{A^-} = 0$$

mit den homogenen mittleren Konzentrationen \bar{p}_0, \bar{n}_0 . Ferner soll auch Quasineutralität bestehen

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} q (\delta \bar{p} - \delta \bar{n}) = 0.$$

In der Neutralitätsbedingung vernachlässigen wir, daß die Dichteabweichung der Elektronen in den kombinationszentren von ihrem Gleichgewicht stand.

Man wird den Ersatz einer raumladungserfüllten Inversionszone durch eine neutrale und quasineutrale Modellschicht mit Recht als eine drastische und grobe Vereinfachung empfinden. Hierbei ist jedoch der Umstand zu berücksichtigen, daß in der Modellinversionsschicht nur parallel zur Oberfläche verlaufende Trägerbewegungen betrachtet werden. Für die senkrechten aber im wesentlichen nur die im Experiment gemessenen effektiven Mittelwerte der Trägerdichten von Bedeutung. Diese spannungsabhängigen Eigenschaften der Inversionsschicht werden praktisch nur von den senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Inversions- bzw. Anreicherungsschicht gemittelten Trägerdichten bestimmt. Nach Einführung der mittleren Teilchenkonzentration soll daher für Trägerbewegungen in der Inversionsschicht parallel zur Oberfläche die Existenz der Raumladungsverteilung gemäß außer Betracht bleiben.

Nach Addition und Subtraktion der Gln. (3) und (4) erhält man unter den für die Modellinversionsschicht getroffenen vereinfachenden Voraussetzungen und mit $G_n = G_p = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t} (2 \delta \bar{p}) = \frac{1}{q} \operatorname{div} (\mathbf{j}_n - \mathbf{j}_p) - \delta \bar{p} \left(\frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_p} \right), \quad (9)$$

$$0 = \frac{1}{q} \operatorname{div} (\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p) - \delta \bar{p} \left(\frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_p} \right). \quad (10)$$

Für $\tau_n = \tau_p$ (keine Rekombinationszentren) verschwindet in (12) der zweite Term auf der rechten Seite. Dieser Sachverhalt läßt erkennen, daß die für Elektronen und Löcher unabhängig voneinander ($\tau_n \neq \tau_p$) über Rekombinationszentren erfolgenden Rekombinationsvorgänge einen Stromanteil repräsentieren, der der Bilanz des Gesamtstromes als Rekombinationsstrom in Erscheinung tritt.

Wegen der in der technischen Praxis am häufigsten vorkommenden kreisförmigen Gestalt der Halbleiterkontakte betrachten wir hier das zylindersymmetrische Problem. Dieses ist nach den Voraussetzungen für die Modellinversionsschicht eindimensional. Unter der Annahme $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ bzw. $\delta \bar{n} = \delta \bar{p}$ ergibt sich zunächst

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} (\mathbf{j}_n - \mathbf{j}_p) = (\mu_n - \mu_p) \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} E(r) + (D_n + D_p) \left(\frac{\partial^2 \delta \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} \right), \quad (11)$$

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} (\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p) = (\mu_n + \mu_p) \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} E(r) + (D_n - D_p) \left(\frac{\partial^2 \delta \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} \right). \quad (12)$$

setzt man die Ausdrücke (13) und (14) in (11) und (12) ein, so läßt sich das nichtlineare Glied mit $\partial \delta \bar{p} / \partial r \times r$ eliminieren. Aus (12) ergibt sich dann

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} E(r) = \delta \bar{p} \frac{1}{\mu_n + \mu_p} \frac{\tau_n - \tau_p}{\tau_n + \tau_p} - \\ - \frac{D_n - D_p}{\mu_n + \mu_p} \left(\frac{\partial^2 \delta \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} \right), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

mit, in (11) eingesetzt, schließlich die Differentialgleichung folgt

$$\frac{\partial^2 \delta \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} - a \delta \bar{p} = b \frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial t} \quad (16)$$

mit den effektiven Größen

$$a = \frac{1}{L_{\text{eff}}^2} = \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_p} - \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \left(\frac{1}{\tau_n} - \frac{1}{\tau_p} \right), \quad (17)$$

$$b = \frac{1}{D_{\text{eff}}} = \frac{1}{2} \left\{ D_n + D_p - \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p} (D_n - D_p) \right\}. \quad (18)$$

Bei der Ableitung der Differentialgleichung (16) mit den Konstanten (17) und (18) wurden keine speziellen Annahmen über die charakteristischen Größen des Rekombinationsmechanismus gemacht; insbesondere wurde die Abhängigkeit der Lebensdauern von den Trägervariationen vernachlässigt. Diese Annahmen beruhen auf der Einfachheit des mathematischen Formalismus, sie sind aber zunächst auch in physikalischer Hinsicht zweckmäßig, da die wirklichen Verhältnisse an der Kristalloberfläche bei jeder Halbleiterprobe verschieden sein können und im allgemeinen bei einer Messung des Oberflächenstromes nicht explizit benutzt sind. Infolgedessen betrachten wir in (16) bis (18) die aus den konventionellen Lebensdauern, Diffusionskonstanten und Beweglichkeiten resultierende, effektive Diffusionslänge und effektive Diffusionskonstante als experimentell zu bestimmende, für den Transportmechanismus in der Inversionsschicht charakteristische Parameter. Die in (16) bis (18) zum Ausdruck kommenden Gesetzmäßigkeiten des Trägertransports bei Nichtgleichgewichtsverhältnissen unterscheiden sich von den von W. VAN ROOSBROECK abgeleiteten Grundgleichungen [21] vor allem dadurch, daß in dem hier verwendeten Modell der Inversionsschicht die Voraussetzung $\text{div } \mathbf{E} = 0$ gelten soll.

In der vorliegenden Arbeit sollen zunächst nur zeitabhängige Vorgänge untersucht werden. Die rechte Seite von (16) ist deshalb Null zu setzen. Die elektrischen Eigenschaften des Oberflächenstromes werden nunmehr einerseits durch den aus (16) bei gegebenen spannungsabhängigen Randwerten zu berechnenden Verlauf der Dichteveriation $\delta p(r)$ und andererseits durch den in [1] in Formel (47) angegebenen Zusammenhang zwischen \bar{p} und der an die Inversionsschicht gelegten äußeren Spannung bestimmt. Mit diesen beiden Funktionen ist auch der in der Inversionsschicht herrschende Potentialverlauf parallel zur Oberfläche bekannt.

Oberflächenstrom bei Kristallspitzengleichrichtern

Im Falle einer Spitzendiode (Abb. 1) ist die durch die äußere angelegte Spannung U_1 an der Elektrode r_1 hervorgerufene spannungsabhängige Trägervariation

als Randwert an der Stelle r_1 einzusetzen, während an der anderen Elektrode r_2 die Spannung $U_2 = 0$ sein soll und demzufolge dort auch die Trägervariation verschwindet. Die Strom-Spannungs-Charakteristik für den Oberflächenstrom der Spitzendiode lautet dann gemäß Formel (2)

$$\left. \begin{aligned} J &= J(r_1) \\ &= 2\pi q x_{(1)}^* \left(\frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} r \right)_{(1)} \times \\ &\times \left\{ [\mu_p \bar{p}_0 + (\mu_n + \mu_p) \delta \bar{p}_{(1)}] \left(- \frac{\partial U}{\partial \bar{p}} \right)_{(1)} + \right. \\ &\left. + (D_n - D_p) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Hierbei konnte die mittlere Gleichgewichtskonzentration n_0 der Elektronen gegen diejenige der Defektelektroden \bar{p}_0 vernachlässigt werden. Der in (19) an den spannungsabhängigen Größen angebrachte Index (1) bedeutet, daß die an der sehr niederohmigen Halbleiterelektrode r_1 angelegte äußere Spannung einzusetzen ist [1]. Für die in der Charakteristik auftretenden spannungsabhängigen Größen ergeben sich zum Teil aus [1] die folgenden Ausdrücke. Die Höhe der Modellinversionsschicht können wir bei starker Inversion näherungsweise mit der Dicke der Anreicherungs-schicht identifizieren ([1], Formel (41)).

$$x_{(1)}^* = \frac{1}{\sqrt{K_{(1)}^*}} \ln \left\{ \frac{1}{Y_{(1)}} \left\{ (1 + K_{(1)}^* L_{D_n}^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + L_{D_n} \sqrt{K_{(1)}^* L_{D_n}^2 + 2K_{(1)}^*} \right\} \right\}. \quad (20)$$

Hierin bedeuten $K_{(1)}^*$ und $Y_{(1)}$ die spannungsabhängigen Strukturparameter ([1], Formel (31) und (36a))¹ und L_{D_n} die Debye-Länge mit der Donatorenkonzentration $n = n_D$. Ferner ergibt die Rechnung, nachdem man aus (16) unter den angegebenen Randbedingungen die Verteilung der Konzentrationsabweichung $\delta p(r)$ bestimmt hat, den Ausdruck

$$\left(\frac{\partial \delta \bar{p}}{\partial r} r \right)_{(1)} = \frac{r_1}{L} \left\{ \Phi_1 \frac{\left(-i I_1 \left(i \frac{r_1}{L} \right) \right)}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L} \right)} + \Phi_2 \frac{H_1^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L} \right)}{H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L} \right)} \right\}. \quad (21)$$

Die Größen I und H in der geschweiften Klammer sind Besselsche und Hankelsche Funktionen mit imaginärem Argument; die mit diesen Funktionen gebildeten Faktoren sind reelle Funktionen. Mit L bezeichnen wir die effektive Diffusionslänge aus (17). Das Zusammenwirken des Leitungsmechanismus und der geometrischen Einflüsse wird durch die charakteristische Abhängigkeit des Stromes von dem Verhältnis der Radien r_1 und r_2 zur effektiven Diffusionslänge L bestimmt. Bei den vorliegenden Randbedingungen lauten die geometrischen Formparameter Φ_1 und Φ_2 wie folgt:

$$\Phi_1 = \frac{\delta \bar{p}_{(1)}}{1 - \frac{I_0 \left(i \frac{r_2}{L} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L} \right)}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_2}{L} \right)}}, \quad (22)$$

¹ In der Arbeit [1] muß in Formel (36a) unter der Wurzel im Exponenten an Stelle von φ die Größe χ stehen.

$$\Phi_2 = \frac{\delta \bar{p}_{(1)}}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_2}{L} \right)}, \quad (23)$$

$$1 - \frac{I_0 \left(i \frac{r_2}{L} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L} \right)}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_2}{L} \right)}$$

wobei $\delta \bar{p}_{(1)}$ die am Rande r_1 durch die angelegte Spannung erzeugte Konzentration ([1], Formel (47))

$$\delta \bar{p}_{(1)} = n_D L_{D_n}^2 \{ K_{1(1)}^* B_{(1)}^* - K_1 B \} \quad (24)$$

ist. In (24) bedeuten die Größen $B_{(1)}^*$ und B die spannungsabhängigen bzw. unabhängigen Funktionen, die in [1] in (43) und (47) in Abhängigkeit von den Strukturparametern K_1 und K_2 bzw. $K_{1(1)}^*$ und $Y_{(1)}$ [ebenda (14), (15) und (31), (36a)] angegeben sind. Ebenso findet sich dort in (43) der spannungsunabhängige

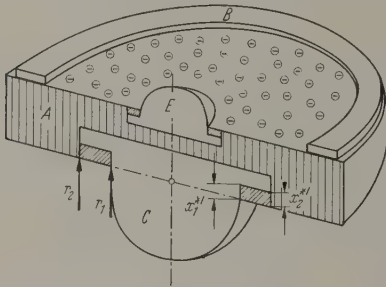


Abb. 2. Schema eines legierten Transistors, E Emitter, C Kollektor (p-leitend), A Halbleiterschicht (n-leitend). Zwischen r_1 und r_2 Channel (n-leitende Inversionsschicht). B Basisring

Ausdruck für die mittlere Gleichgewichtskonzentration \bar{p}_0 . Schließlich ist aus [1] Formel (48) noch der Ausdruck

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{p}} = \frac{1}{n_D L_{D_n}^2} \{ K_{1(1)}^* B_{(1)}^* + K_{1(1)}^* B_{(1)}^* \}^{-1} \quad (25)$$

zu entnehmen. In der geschweiften Klammer bedeuten die gestrichelten Größen Ableitungen nach der Spannung. Die sich hierfür ergebenden analytischen Ausdrücke sollen der Kürze wegen nicht explizit wiedergegeben werden.

Diese Konzeption einer durch eine mittlere Trägerkonzentration charakterisierten neutralen Modellschicht der Oberflächenleitung läßt sich durch Berücksichtigung einer mittleren homogenen Raumladung in der Schicht erweitern. In der Differentialgleichung (16) kommt dann auf der rechten Seite eine konstante Größe additiv hinzu, so daß für den Fall des stationären Problems eine inhomogene Differentialgleichung entsteht. Diese effektive Raumladung bedeutet aber für die physikalische Interpretation einen weiteren freien Parameter der Modellschicht, durch den insbesondere die geometrischen Formgrößen (22) und (23) modifiziert werden, so daß diese außer von den geometrischen Abmessungen der beiden Elektroden, der effektiven Diffusionslänge und der spannungsabhängigen Randkonzentration noch von einer effektiven mittleren Raumladung abhängen, deren Größe man in geeigneter Weise zu wählen hat [22].

Der Oberflächenstrom am Kollektor legierter Transistoren

Ebenso wie bei einer Spitzendiode lassen sich die bisherigen Betrachtungen für den Oberflächenstrom

eines legierten Transistors durchführen. In Abb. 2 ist schematisch der Aufbau der zentralsymmetrischen pn-Kontakte des Transistors dargestellt, die spielsweise durch Einlegieren je einer Indiumperle in einen scheibenförmigen Halbleiterkörper vom n -Typ realisiert werden können, wie es in der Transistortechnik geschieht. Es interessiert hierbei vor allem der Oberflächenstrom in der Inversionsschicht des einlegierten p -leitenden Kollektors. Dieser Oberflächenstrom fließt in dem zwischen den Rändern r_1 und r_2 liegenden ringförmigen Gebiet an der Oberfläche der p -leitenden Zone. Diese den Oberflächenstrom führende Inversionsschicht ist demzufolge n -leitend. Wir betrachten diese Inversionsschicht in der gleichen Konzeption einer Modellinversionsschicht unter den Voraussetzungen wie oben und beschränken uns hier lediglich auf den praktisch häufigsten Fall der starken Inversion. An die Stelle der Defektelektronenkonzentrationen treten jetzt in den Gleichungen die entsprechenden Elektronenkonzentrationen. Die Lösung für die Konzentrationsverteilung wird im Vergleich zur Spitzendiode durch etwas andere Randbedingungen modifiziert. Als Randwerte existieren jetzt sowohl bei r_1 als auch bei r_2 die durch die dort vorhandenen Spannungen erzeugten Trägerkonzentrationen. Wir kennzeichnen die sich auf r_1 oder r_2 beziehenden spannungsabhängigen Größen durch Index (1) bzw. (2); die mit (1, 2) indizierten Gleichungen sind einmal mit dem Index (1) für den Rand r_1 und einmal mit (2) für den Rand r_2 geschrieben. Denken wir über die n -leitende Inversionsschicht das einlegierte p -Gebiet fließende Strom ist durch die Differenz zwischen den bei r_1 und r_2 vorhandenen Strombeträgen gegeben. Demzufolge ist gemäß

$$J = J(r_1) - J(r_2)$$

$$= 2\pi q \left\{ x_{(1)}^* \left(\frac{\partial \delta \bar{n}}{\partial r} \right)_{(1)} \times \right.$$

$$\times \left\{ [\mu_n \bar{n}_0 + (\mu_n + \mu_p) \delta \bar{n}_{(1)}] \times \right.$$

$$\times \left(- \frac{\partial U}{\partial \delta \bar{n}} \right)_{(1)} + (D_n - D_p) \left. \right\} -$$

$$- x_{(2)}^* \left(\frac{\partial \delta \bar{n}}{\partial r} \right)_{(2)} \left\{ [\mu_n \bar{n}_0 + (\mu_n + \mu_p) \delta \bar{n}_{(2)}] \times \right.$$

$$\times \left(- \frac{\partial U}{\partial \delta \bar{n}} \right)_{(2)} + (D_n - D_p) \left. \right\} \left. \right\}.$$

Die Dicke der Modellinversionsschicht $x_{(1)}^*$ und am Rande r_1 und r_2 ist durch (20), jeweils mit Index (1) bzw. (2) versehen, gegeben, wobei hier die Stelle von L_{D_n} die mit der Akzeptorenkonzentration gebildete Debye-Länge L_{D_p} in (20) einzusetzen. Desgleichen ist in den in (20) enthaltenen Strukturparametern $K_{(1,2)}^*$ und $Y_{(1,2)}$ statt n_D die Konzentration p_A des p -Gebietes einzusetzen. Deshalb erman jetzt beispielsweise für die spannungsabhängigen Randwerte der Trägerabweichungen statt (24) die einer Formel zusammengefaßten beiden Ausdrücke

$$\delta \bar{n}_{(1,2)} = p_A L_{D_p}^2 \{ K_{(1,2)}^* B_{(1,2)}^* - K_1 B \}$$

¹ Das n -Gebiet der Basis ist am Rande r_2 unter Umständen direkt mit dem niederohmigen n -leitenden Kanal der Inversionsschicht verbunden. Dieser Strom bei r_2 beträgt I_2 . Bisweilen schließt sich aber bei r_2 auf dem n -leitenden Material eine p -leitende Inversionsschicht an analog wie bei den behandelten Verhältnissen bei einer Spitzendiode.

an Stelle von (25) gilt entsprechend

$$\frac{J}{\bar{n}} \Big|_{(1,2)} = \frac{1}{p_A L_{Dp}^2} \{ K_{1(1,2)}^* B_{(1,2)}^* + K_{1(1,2)}^* B_{(1,2)}^* \}^{-1}. \quad (28)$$

ner folgen aus der unter Berücksichtigung der Randbedingungen gefundenen Lösung der Verteilung der mittleren Trägerabweichungen $\delta \bar{n}(r)$ die Ausdrücke

$$\frac{\delta \bar{n}}{r} \Big|_{(1)} = \frac{r_1}{L} \left\{ \Phi_1 \frac{(-i I_1 (i \frac{r_1}{L}))}{I_0 (i \frac{r_1}{L})} + \Phi_2 \frac{H_1^{(1)} (i \frac{r_1}{L})}{i H_0^{(1)} (i \frac{r_2}{L})} \right\} \quad (29)$$

$$\frac{\delta \bar{n}}{r} \Big|_{(2)} = \frac{r_2}{L} \left\{ \Phi_1 \frac{(-i I_1 (i \frac{r_2}{L}))}{I_0 (i \frac{r_1}{L})} + \Phi_2 \frac{H_1^{(1)} (i \frac{r_2}{L})}{i H_0^{(1)} (i \frac{r_2}{L})} \right\}, \quad (30)$$

bei man die geometrischen Formparameter erhält

$$\Phi_1 = \frac{\delta \bar{n}_{(1)} \begin{pmatrix} 1 & i H_0^{(1)} (i \frac{r_1}{L}) \\ -\delta \bar{n}_{(2)} & i H_0^{(1)} (i \frac{r_2}{L}) \end{pmatrix}}{1 - \frac{i H_0^{(1)} (i \frac{r_1}{L}) I_0 (i \frac{r_2}{L})}{i H_0^{(1)} (i \frac{r_2}{L}) I_0 (i \frac{r_1}{L})}}, \quad (31)$$

$$\Phi_2 = \frac{\delta \bar{n}_{(2)} \begin{pmatrix} 1 & \delta \bar{n}_{(1)} I_0 (i \frac{r_2}{L}) \\ -\delta \bar{n}_{(2)} & I_0 (i \frac{r_1}{L}) \end{pmatrix}}{1 - \frac{i H_0^{(1)} (i \frac{r_1}{L}) I_0 (i \frac{r_2}{L})}{i H_0^{(1)} (i \frac{r_2}{L}) I_0 (i \frac{r_1}{L})}}. \quad (32)$$

(31) und (32) sind jeweils mit dem Index (1) und (2) spannungsabhängigen Randwerte (27) einzusetzen. Die numerische Auswertung der abgeleiteten analytischen Ausdrücke zeigt, daß die Gestalt der Stromspannungscharakteristik sehr verschieden ausfallen kann je nach den Parametern des Halbleiters, der Oberfläche, der geometrischen Verhältnisse sowie der Kombination und Paarbildung und der Diffusionskonstante. Bemerkenswert ist hierbei, daß die nach den Formeln berechneten Oberflächenströme beispielsweise bei Spitzendioden von gleicher Größeneinrichtung sind wie der gemessene Gesamtstrom der Dioden. Hierdurch wird die Schottkysche Vorstellung bestätigt, daß insbesondere bei Spitzendioden der Strom zu einem beträchtlichen Teil als Oberflächenstrom durch die Inversionsschicht fließt und nicht durch die Verhältnisse an der Oberfläche und in der Inversionsschicht wesentlich beeinflusst wird. Auch an anderen Halbleiterkontakten, insbesondere am Kollektor legierter Transistoren, können in derohmigen Inversionsschichten experimentell wirkliche Leckströme fließen.

Diskussion und Auswertung

a) Charakteristik des Oberflächenstromes der Spitzendiode

Der durch die analytischen Ergebnisse beschriebene physikalische Sachverhalt soll jetzt an einigen numerisch berechneten Beispielen anschaulich gezeigt werden. f. angew. Physik. Bd. 11

macht und erläutert werden. In Abb. 3 ist die nach (19) berechnete Charakteristik des Oberflächenstromes einer Modellinversionsschicht für Spitzendioden bei 300° K dargestellt. Die Dotierung des n -leitenden Germaniumkristalls beträgt $n_D = 10^{15}$ Atome/cm³. Für die elektrische Flächenladung an der Oberfläche ohne Belastung durch ein äußeres Potential wurde eine Randfeldstärke von 10⁴ V/cm gewählt. Diesem Wert entspricht bei Germanium eine Oberflächenbelegung von etwa 10¹¹ Elementarladungen pro cm² [1]. Kurvenparameter ist das Verhältnis des Radius r_1 der formierten halbkugelförmigen p -Zone zur effektiven Diffusionslänge L . Der Halbkugelradius r_1 ist vom

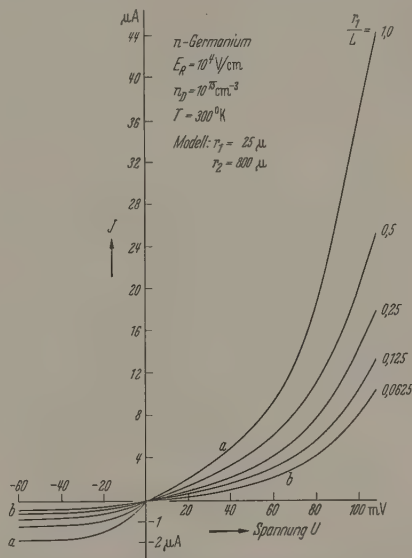


Abb. 3. Der Oberflächenstrom einer Spitzendiode in Abhängigkeit von der angelegten Spannung

Formierprozeß der Spitzendiode abhängig, d.h. von Stärke und Form des Stromimpulses, vom Federdruck und vom Halbleitermaterial; r_1 beträgt bei Germanium-Spitzendioden etwa 10 bis 30 μ [23]. In unserem Zahlenbeispiel haben wir für $r_1 = 25 \mu$ und für den Außenradius der Modelldiode $r_2 = 800 \mu$ angenommen, was üblichen Richtleiter-Abmessungen entspricht. Für die in die Rechnung eingehenden Halbleitergrößen, wie Beweglichkeit und Diffusionskonstanten der Elektronen und Löcher, sind die bekannten Zahlenwerte im Inneren eines Germaniumkristalls verwendet worden. Durch die physikalischen Verhältnisse am Halbleiterring treten im allgemeinen gewisse Abweichungen von diesen Werten auf, die wir für unsere orientierende Betrachtung jedoch vernachlässigen können.

Zur Frage der physikalischen Realität der Randbedingung (24) am Rande r_1 sei bemerkt, daß das halbkugelförmige p -leitende Gebiet $r < r_1$ infolge der Formierung im allgemeinen sehr niederohmig ist, dies ist durch die Erfahrung bestätigt. Der Spannungsabfall in diesem Gebiet $r < r_1$ kann deshalb vernachlässigt werden. Infolge der hohen Leitfähigkeit des Halbkugelgebietes kann ferner vom Einfluß eines Oberflächenstromes zwischen der Metallspitze und dem Rand r_1 der formierten Zone abgesehen werden.

Dotierung des p -leitenden Kristallgebietes wird beispielsweise eine Konzentration n_A von 10^{15} Indium-Atomen pro cm^3 angenommen. Diese Dotierung ist in der Praxis im allgemeinen höher. Die Randfeldstärke der n -leitenden Inversionsschicht sei 10^4 V/cm. Die Oberflächenkanal begrenzenden Radien wurden Einklang mit der Erfahrung zu $r_1 = 225 \mu$ und $r_2 = 250 \mu$ angenommen. Die physikalischen Verhältnisse sind auch hier ganz ähnlich wie beim Oberflächenstrom einer Spitzendiode. Bei den gemachten Annahmen ergibt sich ein Anwachsen des Channelstromes mit abnehmender effektiver Diffusionslänge der Inversionsschicht. Im Vergleich zur Spitzendiode sind die geometrischen Abmessungen des Channels jedoch größenordnungsmäßig verschieden, wodurch die Größe des Stromes beträchtlich verändert wird. Für das genannte Beispiel berechnete Channelstrom ist hinsichtlich seiner Größe in Übereinstimmung mit der Erfahrung bei üblichen Transistoren. Man sieht hieraus, daß die Existenz eines Oberflächenkanals am Kollektor die in der Strom-Spannungsabhängigkeit zum Ausdruck kommenden elektrischen Eigenschaften merklich beeinflussen kann.

c) Die elektrische Oberflächenladung bei Einwirkung eines äußeren Potentials

Zum Schluß soll noch die Frage erörtert werden, wie die elektrische Oberflächenladung und demzufolge auch die elektrische Randfeldstärke der Inversionsschicht unter den in der Arbeit [1] ausgeführten Voraussetzungen durch eine äußere Spannung verändert werden. Die dort abgeleiteten analytischen Ergebnisse erlauben eine quantitative Betrachtung auch dieser Frage. Durch ein äußeres Potential werden an der Halbleiteroberfläche Flächenladungen induziert, wodurch sich in der Raumladungszone ein neues Gleichgewicht der Ladungsverteilung einstellt. Hierbei verändert sich in der Raumladungszone der Inversionsschicht der sich wechselseitig bedingende Potential- und Konzentrationsverlauf. Der Ausgangspunkt für die quantitative Formulierung ist die Gleichgewichtsbedingung der Neutralität für die gesamte elektrische Ladung der Inversionsschicht. Nach dieser Bilanz lautet die Forderung, daß die beispielsweise auf einem p -typen Halbleiterkristall an der Oberfläche vorhandene negative Flächenladung durch die gesamte positive Raumladung in der Inversionsschicht kompensiert werden muß. Nach den in [1] definierten Bezeichnungen für die Zone I und Zone II der Inversionsschicht lautet demzufolge die Bedingung der Oberflächenladungsdichte σ

$$\sigma = q \int_0^{x^*} p \, dx + q \int_{x^*}^L n_D \, dx. \quad (33)$$

Nach [1] Formel (47), (17) und (34) erhält man nach Durchführung der Integrationen

$$\sigma = q \left\{ L_{Dn}^2 K_1^* B^* + n_D 2 L_{Dn} \left[\ln \frac{n_D}{n^*} \right] \right\} \quad (34)$$

den dort angegebenen Ausdrücken für die spannungsabhängigen Größen K_1^* , B^* und n^* . Die Flächenladungsdichte σ ist der Randfeldstärke proportional (s. [1], Abb. 2). Demzufolge liefert die transzendente Gleichung (34) den gesuchten Zusammenhang zwischen der Randfeldstärke und dem äußeren

an der Inversionsschicht liegenden Potential, das gemäß den Ausführungen von [1] durch einen Stern an den spannungsabhängigen Größen gekennzeichnet wurde, wobei alle übrigen Parameter als beliebig vorgegebene Konstanten des Problems zu betrachten sind. Bei der graphischen Lösung der Gl. (34) zeigt sich, daß die Randfeldstärke und somit auch die negative Oberflächenladung mit wachsender Sperrspannung zunimmt. Bei einem in Flußrichtung angelegten äußeren Potential wird die Randfeldstärke im Vergleich zum unbelasteten Zustand verkleinert.

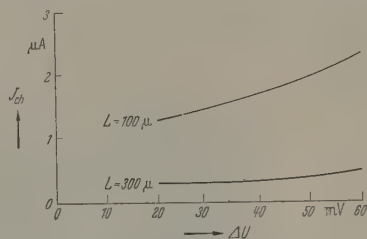


Abb. 5. Channelstrom am Kollektor eines legierten $pn-p$ -Transistors in Abhängigkeit von der am Oberflächenkanal liegenden Spannungsdifferenz ΔU bei verschiedenen effektiven Diffusionslängen

Diese Variationen der Randfeldstärke infolge der äußeren Spannung sind aber für die hier erörterten relativ kleinen Spannungen noch so geringfügig, daß wir bei den hier durchgeführten numerischen Rechnungen die Randfeldstärke in guter Näherung als

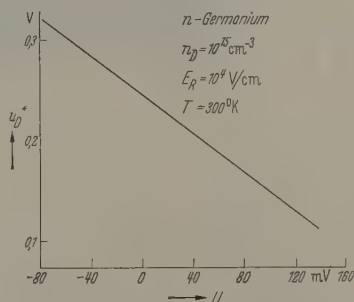


Abb. 6. Die gesamte Potentialstufe u_D^* der Inversionsschicht als Funktion der an der Raumladungszone liegenden Spannung

unabhängig von der angelegten Spannung betrachten durften. Diese Spannungsunabhängigkeit der Randfeldstärke gilt für Potentialbelastungen bis etwa ± 50 mV. Bei hinreichend großen äußeren Spannungen kann der Kennlinienverlauf des Oberflächenstromes durch die dann merkliche Änderung der elektrischen Oberflächenladung zusätzlich modifiziert werden.

d) Verhalten der Anreicherungsschicht und der gesamten Raumladungszone bei äußerem Potential

Wenn man in den Strukturparametern K_1^* und K_2^* innerhalb dieses Spannungsbereiches die Randfeldstärke als spannungsunabhängig einsetzt, so läßt sich aus Gl. (35) in [1] nunmehr berechnen, wie sich die gesamte in der Inversionsschicht abfallende Potentialstufe u_D^* mit der anliegenden Spannung ändert. Dieser Zusammenhang ist für das Beispiel $n_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $E_R = 10^4 \text{ V/cm}$, $T = 300^\circ \text{ K}$ in Abb. 6

wiedergegeben. Bemerkenswert ist hierbei, daß der Potentialzuwachs φ am Rande $x=l$ der Inversionsschicht von der gesamten Potentialänderung χ etwas abweicht.

Zur Veranschaulichung des durch die analytischen Ergebnisse beschriebenen physikalischen Mechanismus einer spannungsbelasteten Inversionsschicht soll in den Abb. 7 und 8 für das gewählte Beispiel und

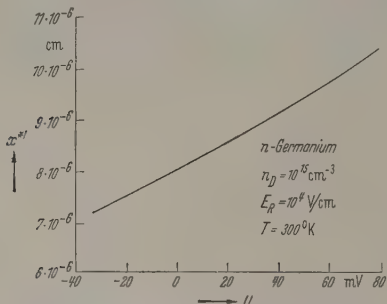


Abb. 7. Dicke der Anreicherungsschicht x^* als Funktion der an der Raumladungszone liegenden Spannung

unter den erläuterten Voraussetzungen noch die Abhängigkeit der Dicke x^* der Anreicherungsschicht und die Dicke l^* der gesamten Raumladungszone in Abhängigkeit von der äußeren Spannung angegeben werden. Die beiden Diagramme zeigen, daß mit wachsender Sperrspannung die Ausdehnung der gesamten

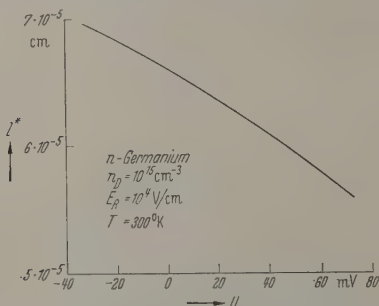


Abb. 8. Dicke l^* der gesamten Raumladungszone als Funktion der angelegten Spannung

Raumladungszone zwar größer wird, dabei aber die insbesondere den Oberflächenstrom bestimmende Dicke x^* der Anreicherungsschicht abnimmt. Bei Flußbelastung hingegen wird umgekehrt die Raumladungsschicht dünner, die Dicke der Anreicherungsschicht aber nimmt zu. Dieser Sachverhalt ist für den Aufbau und die Eigenschaften einer Inversionsschicht besonders charakteristisch.

Das hier untersuchte Modell einer Inversionsschicht an der Oberfläche von Halbleitern ist im Hinblick auf die wirklichen physikalischen Verhältnisse mit Absicht außerordentlich vereinfacht worden. Es erlaubt jedoch im Vergleich mit der Erfahrung eine konsequente, übersichtliche Beschreibung auch in bezug auf das komplizierte Zusammenwirken der verschiedenen wesentlichen Effekte. Im Rahmen der hier gegebenen Konzeption ist es möglich, die Vorgänge an der Ober-

fläche von Halbleiterbauelementen, wie sie in der Technik üblich sind, in geschlossenen analytischen Formen zu berechnen und demzufolge auch quantitative Zusammenhänge im Sinne einer orientierenden Betrachtung zu erfassen. Der Einfluß der Oberflächenströme auf die hierbei maßgebenden physikalischen Vorgänge ist, wie die Untersuchung lehrt, aus technischer Hinsicht von entscheidender Bedeutung.

Zusammenfassung

Es werden die elektrischen Eigenschaften von Oberflächenströmen in Inversionsschichten an Halbleiteroberflächen in einer einfachen Konzeption beschrieben. Hierbei ist von Interesse, in welcher Weise die physikalischen Verhältnisse von den Bedingungen an der Halbleiteroberfläche, den charakteristischen Parametern des Halbleiters, der Rekombinationspaarbildung und den Diffusionseffekten abhängig sind. Im Hinblick auf die technische Praxis wird das andersymmetrische Problem behandelt, insbesondere wird die Strom-Spannungscharakteristik des Oberflächenstromes bei Spitzendioden und bei Transistoren im Bereich kleiner Spannungen abgeleitet und diskutiert. Die in Wirklichkeit besonders hinsichtlich des Stromlinienverlaufes komplizierten physikalischen Verhältnisse werden in dem Bilde einer sehr vereinfachten Modellinversionsschicht beschrieben.

Wir danken Herrn Professor Dr. G. JUNG für Diskussionen und wertvolle Hinweise.

Literatur: [1] GROSCHWITZ, E., u. R. EBHARDT: Z. angew. Phys. **11**, 9 (1959). — [2] MONTGOMERY, H. C.: Bell. Techn. J. **31**, 950 (1952). — SLOCUM, A., and I. N. SHIV: Appl. Phys. **25**, 406 (1954). — [3] MORRISON, S. R.: Phys. Rev. **99**, 1655 (1955); **99**, 1904 (1955); **102**, 1297 (1956). — MCWHERTER, A. L.: Phys. Rev. **98**, 1191 (1955). — [4] KENNEDY, D. A. I. E. E. Winter Meeting, New York, Jan. 1954. — BALDUS, Z. angew. Phys. **6**, 241 (1954). — HOLONYAK, N., and H. TAW jr.: J. Appl. Phys. **26**, 3556 (1955). — STRIPP, K. F., A. R. MOORE: Proc. Inst. Radio Engrs. **43**, 856 (1955). — BARDEEN, J., and W. H. BRATTAIN: Phys. Rev. **75**, 1 (1949). — [6] AIGRAIN, P.: Ann. Phys., Paris **7**, 140 (1953). — [7] BROWN, W. L.: Phys. Rev. **91**, 518 (1953). — [8] COSTENSEN, H.: Phys. Rev. **91**, 518 (1953). — [9] MCWHORTER, A. L., and R. H. KINGSTON: Proc. Inst. Radio Engrs. **42**, 1 (1954). — [10] KINGSTON, R. H.: Phys. Rev. **98**, 1766 (1955). — [11] DE MARS, G. A., H. STATZ und L. DAVIS: Phys. Rev. **539** (1955). — [12] CUTLER, M., and H. M. BATH: Proc. Inst. Radio Engrs. **45**, 39 (1957). — [13] GUBANOW, A. I.: J. Theor. Phys. **22**, 204 (1952). — [14] GARRET, C. G. B., W. H. BRATTAIN: Phys. Rev. **99**, 376 (1955). — [15] STATZ, G. A., DE MARS, L. DAVIS and A. ADAMS: Phys. Rev. **1272** (1956). — [16] HARTEN, H. U., u. W. SCHULTZ: Ref. in W. SCHOTTKY, Halbleiterprobleme III, S. 76. Braunschweig Vieweg 1956. — HARTEN, H. U., W. KOCH, H. L. RATI, W. SCHULTZ: Z. Physik **138**, 336 (1954). — SCHULTZ, W. Physik **138**, 598 (1954). — [17] KIKUCHI, M., and T. ONI: J. Phys. Soc. Japan **9**, 130 (1954). — KIKUCHI, M.: J. Phys. Soc. Japan **9**, 665 (1954). — [18] BENEKING, H.: Z. angew. Phys. **10**, 216 (1958). — [19] HOFMEISTER, E., u. E. GROCHWITZ: Z. angew. Phys. **10**, 109 (1958). — [20] SCHRIEF, I. R.: Phys. Rev. **97**, 641 (1955). — [21] VAN ROOSBROECK, Phys. Rev. **91**, 282 (1953). — [22] GROSCHWITZ, E.: Vortrag auf der Internat. Tagg. zum Thema Physik der Festen Körper, Brüssel, vom 2. bis 7. Juni 1958. — [23] THEDIECK, R.: Z. angew. Phys. **5**, 163 (1953). — [24] SPENKE, E.: Z. Naturforsch. **11a**, 440 (1956).

Dr. E. GROSCHWITZ und Dipl.-Ing. R. EBHARDT
München, Werknerv für Bauelemente
der Siemens & Halske AG

Über eine Erscheinung kontinuierlicher Strömung eines flüssigen, polaren Dielektrikums im inhomogenen elektrischen Feld

Von GÜNTHER H. KRAWINKEL

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 2. Mai 1959)

I. Phänomenologisches

Wird ein Plattenkondensator mit kreisförmigen Platten, die mit Ausnahme der untersten mit einer zentralen Bohrung versehen sind und einen derartigen Querschnitt haben, daß der Abstand der Platten an der Innenbohrung kleiner ist als am Außenrand, in ein flüssiges polares Dielektrikum, das z.B. aus einer Mischung von Nitrobenzol in Diäthyläther besteht, eintaucht, so entsteht beim Anlegen einer ausreichend hohen elektrischen Spannung im Dielektrikum zwischen den Kondensatorplatten eine Flüssigkeitsströmung, die radial vom Außenrand zur Innenbohrung

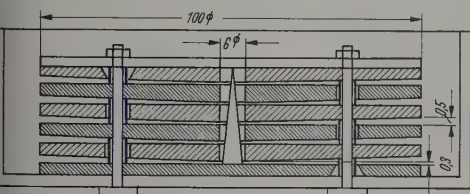


Abb. 1. Konstruktion eines für Strömungsversuche geeigneten Plattenkondensators mit inhomogenem Feld

gerichtet ist. Diese Strömung ist deutlich an dem aus der Innenbohrung aufsteigenden Sprudel erkennbar.

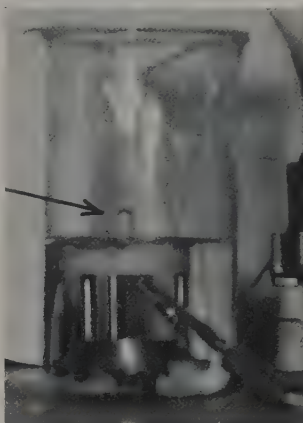
Das flüssige Dielektrikum strömt aus dem Sprudel der Mitte über die Oberplatte zum Außenraum des Kondensators zurück und tritt dort, im Zuge der Strömung, wieder in das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten ein. Diese Strömung verläuft kontinuierlich und tritt sowohl beim Anlegen einer Gleichspannung als auch einer Wechselspannung (50 Perioden) auf, wobei auch bei Verwendung von Wechselspannung, außer dem Isolationsstrom, ein von der Menge der sekundlich durchströmenden Substanz abhängender Strom durch den Kondensator fließt.

Abb. 1 zeigt einen derartigen versuchsmäßig veränderten Plattenkondensator.

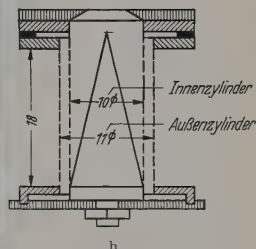
Dieses Phänomen der Erzeugung einer kontinuierlichen Flüssigkeitsströmung durch ein elektrisches Feld, d.h. auch einer kontinuierlichen unmittelbaren elektrisch-mechanischen Energieumsetzung, erklärt sich aus der Kraftwirkung, die im inhomogenen elektrischen Feld auf die Dipolmoleküle, bzw. Dipolmolekül-Komplexe des polaren Dielektrikums ausübt wird.

Die gleiche Erscheinung wie beim Plattenkondensator mit inhomogenem Feld ist auch im inhomogenen elektrischen Feld des Zylinderkondensators herstellbar, sofern dessen Elektroden substanzdurchlässig sind. Abb. 2a zeigt die photographische Aufnahme des kontinuierlich sprudelnden Zylinderkondensators mit zwei aus engmaschigem Drahtgewebe hergestellten Zylinderelektroden. Die Konstruktionswerte sind in Abb. 2b zu entnehmen. Betriebswerte und verwendete

Substanzen gehen aus der Unterschrift hervor. Die Strömung des flüssigen polaren Dielektrikums, die bei Verwendung von Gleichspannung oder von Wechselspannung (50 Perioden) auftritt, ist auch hier vom Bereich der kleineren Feldstärke zum Bereich der größeren Feldstärke hin, d.h. radial von außen nach



a



b

Abb. 2a u. b. Aufnahme und Aufbauschema (Maße in mm) eines sprudelnden Zwei-Elektroden-Zylinderkondensators. Pfeil weist auf Sprudel. Dielektrikum: Lösung von Nitrobenzol in Diäthyläther der Dichte 0,756; Betriebsspannung 2500 V Wechselspannung (50 Perioden)

innen gerichtet. Zur Umleitung nach oben, der radial von allen Seiten in den Mittelraum drängenden Strömung, ist in der Mitte ein Metallkegel angebracht, der in der Anordnung der Abb. 2 am gleichen Potential wie die innere Zylinderelektrode liegt, so daß der Innenraum feldfrei ist. In der Anordnung der Abb. 1 liegt der zentrale, die radiale Strömung in der Mitte nach oben umlenkende Kegel am Potential der untersten Platte.

II. Zur Theorie der Flüssigkeitsströmung eines polaren Dielektrikums im inhomogenen elektrischen Feld

A. Die die Strömung treibenden Kräfte

Die vorstehend phänomenologisch beschriebenen Erscheinungen werden im folgenden energetisch betrachtet.

Nach der Maxwell'schen Theorie beträgt in einem, von einem elektrischen Feld durchsetzten, materiefüllten Raum die Feldenergie pro Volumeneinheit:

$$u_e = \frac{1}{8\pi} \frac{\int (\mathcal{E} \cdot \mathcal{D}) \cdot dv}{\int dv},$$

wobei $(\mathcal{E} \cdot \mathcal{D})$ das innere Produkt der dielektrischen Verschiebung \mathcal{D} mit der Vakuumfeldstärke \mathcal{E} ist. Wird mit \mathcal{P} noch die Polarisation des im Feld befindlichen Dielektrikums bezeichnet, so gilt die weitere

Beziehung

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + 4\pi \cdot \mathfrak{P}.$$

Im hier vorliegenden Fall des inhomogenen Feldes, sind dabei Dielektrizitätskonstante und Suszeptibilität Ortsfunktionen des Feldraumes. Aus den beiden vorstehenden Gleichungen folgt:

$$u_e = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{\int \mathfrak{E}^2 \cdot dv}{\int dv} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\int (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{P}) \cdot dv}{\int dv} = u_v + u.$$

Die zweite Funktion auf der rechten Seite dieser Gleichung stellt die Energie dar, deren Abnahme der Arbeit gleich ist, die bei einer Verrückung des Dielektrikums von den Kräften des Feldes geleistet wird.

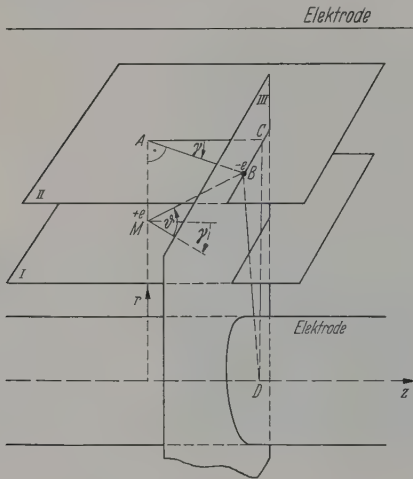


Abb. 3. Hilfsskizze für die Bestimmung der Orientierungspolarisation im Zylinderfeld

Zur Ermittlung der auf das Dielektrikum wirkenden Kräfte ist also die Energiefunktion

$$u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\int (\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{P}) \cdot dv}{\int dv} \quad (1)$$

zu bestimmen, wobei die Aufgabe im wesentlichen darin besteht, die Polarisation des Dielektrikums als Ortsfunktion des Feldraumes zu ermitteln. Zu diesem Zweck ist neben der äußeren oder Vakuumfeldstärke \mathfrak{E} noch die im polarisierten Medium auf das Einzelmolekül bzw. den Einzelmolekülkomplex einwirkende innere Feldstärke \mathfrak{F} einzuführen, die im Feldraum durch das Zusammenwirken der äußeren Feldstärke und der, selbst die Wirkung einer zusätzlichen Feldstärke hervorrufenden Polarisation des Dielektrikums, zustande kommt. Die mathematische Beziehung zwischen innerer Feldstärke, äußerer Feldstärke und Polarisation im inhomogenen elektrischen Feld wird weiter unten aufgestellt.

Wird das dielektrische Medium im Feldraum als isotroper Stoff betrachtet, so sind die Vektoren von Feldstärken und Polarisation gleichgerichtet. An Stelle der Vektor-Schreibweise wird deshalb weiterhin die skalare Schreibweise mit Absolutwerten verwendet.

Als Modell des inhomogenen Feldes soll zur Bestimmung der Polarisation P die Anordnung eines in der Achse der Erzeugenden zunächst unbegrenzt ausgedehnt gedachten Zylinderkondensators der Berechnung zu Grunde gelegt werden, da hierbei der Einfluß

der Randfelder auf das Verhalten des Dielektrikums besonders einfach zu berechnen ist.

Unter Beschränkung auf die in polaren Substanzen P überwiegend bestimmende Orientierungspolarisation wird aus dem, im übrigen als isotrop angesehenen Dielektrikum ein einzelner Dipol vom Moment

$$\mu = e \cdot \Delta s$$

betrachtet, der unter dem Einfluß der nur vom Achsabstand r des Raumpunkts im Zylinderfeld abhängenden inneren Feldstärke F steht. Zur inneren Feldstärke $F(r)$ gehört das elektrische Potential

$$\left. \begin{aligned} p_i(r) &= - \int F(r) dr \\ \text{oder} \\ F(r) &= - \frac{dp_i(r)}{dr} \end{aligned} \right\}$$

Abb. 3 zeigt schematisch je eine kreiszylindrische Innen- und Außenelektrode, zwischen denen das innen nach außen gerichtete elektrische Feld E bestehen soll. Auf den zwischen den Punkten M und B in Abb. 3 gezeichneten Dipol des Moments (2) wirkt die E gleichgerichtete innere Feldstärke F ein.

Vom Punkt M ist in Abb. 3 das Lot auf die Zylinderachse z gefällt und durch M die Ebene I gelegt, die dadurch räumlich bestimmt wird, daß dieses Lot für die Ebene I eine Normale ist. In der Darstellung erhebt sich der Dipol vom Punkt M aus schräg nach vorn in den Raum und zwar mit dem Erhebungswinkel ϑ aus der Ebene I und dem Drehwinkel gegen die Parallele zur z -Richtung in der Ebene II. Durch den Endpunkt B des Dipols ist die Ebene III parallel zur Ebene I gelegt, wobei die Verlängerung des den unteren Endpunkt M des Dipols kennzeichnenden Radiusvektors r die Ebene II in A trifft. Die Strecke \overline{AC} in Ebene II ist die Parallele zur Zylinderachse z durch A und \overline{BC} ist das Lot auf Ebene II auf diese Gerade. In Abb. 3 ist durch die Ebene III noch die Ebene III gelegt, für die die z -Achse, welche die Ebene III in Punkt D durchsetzt, eine Normale ist.

Der Beitrag des in Abb. 3 betrachteten Dipols zur Polarisation P , deren Vektor die Richtung der gemeinen Feldrichtung, das ist der Radiusvektor r hat, beträgt:

$$- \mu \cdot \sin \vartheta.$$

Mit der durch (3) definierten Potentialfunktion p gilt des weiteren, wenn die potentielle Energie eines Dipols u_p genannt wird:

$$u_p = + e \cdot p_i(r) - e \cdot p_i(r + \Delta r),$$

wobei mit Δr die Änderung des Radiusvektors, d. h. die Änderung des Abstands r von der z -Achse beim Übergang vom Raumpunkt M zum Raumpunkt B in Abb. 3 bezeichnet ist. In Abb. 3 sind nun an den rechtwinkligen Dreiecken MAB , ACB und BCD folgenden Beziehungen abzulesen:

$$\overline{MA} = \Delta s \cdot \sin \vartheta;$$

$$\overline{AB} = \Delta s \cdot \cos \vartheta;$$

$$\overline{BC} = \Delta s \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \gamma;$$

$$\overline{DC} = r + \overline{MA} = r + \Delta s \cdot \sin \vartheta$$

damit:

$$r = r + \Delta r = \sqrt{(r + \Delta s \cdot \sin \vartheta)^2 + \Delta s^2 \cdot \cos^2 \vartheta \cdot \sin^2 \gamma}.$$

fer für kann geschrieben werden:

$$\Delta r = [r + \Delta s \cdot (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)] \times \\ \times \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{\Delta s}{r} \cos \vartheta \cdot \sin \gamma \cdot \left(1 + \frac{\Delta s}{r} \cdot \sin \vartheta\right) + \frac{\Delta s^2}{r^2} (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)^2}.$$

und da

$$\frac{\Delta s}{r} \ll 1;$$

$$\Delta r = \Delta s \cdot (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma) \quad (6)$$

ist ein sehr kleiner Wert. Nach (6) ist demnach Δr sehr klein, so daß in einer nach Δr fortschreitenden Entwicklung Glieder höherer Ordnung gegenüber dem Glied erster Ordnung vernachlässigbar sind. Wird demnach die Funktion $p_i(r + \Delta r)$ in die Taylor-Reihe entwickelt, so ist für (5) zu setzen:

$$u_p = +e \cdot p_i(r) - e \cdot p_i(r) - e \cdot \Delta r \cdot \frac{dp_i(r)}{dr} \left\{ \quad (7) \right. \\ = +\mu \cdot F \cdot (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma).$$

nach BOLTZMANN ist die Zahl der Teilchen, die sich in einem gegebenen Energiezustand befinden, proportional dem Ausdruck

$$e^{-\frac{\text{Energie}}{k \cdot T}}.$$

mit T = absoluter Temperatur und k = Boltzmann-Konstante. Damit ergibt sich nach (7), daß die Anzahl N für die Polarisation P in Betracht zu ziehenden Dipole proportional ist dem Ausdruck

$$e^{-\frac{\mu \cdot F}{k \cdot T} \cdot (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)} \quad (8)$$

es weiteren ergibt sich eine Proportionalität für die Anzahl der für die Polarisation in Betracht zu ziehenden Dipole aus folgender räumlicher Betrachtung: Wird um den Punkt M in Abb. 3 als Mittelpunkt die Einheitskugel gelegt und werden die Dipole bis zur Oberfläche der Kugel verlängert gedacht, so ist die Anzahl der Dipole, die in der Oberflächenzone zwischen den Erhebungswinkeln ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ zu berücksichtigen ist, proportional dem Zoneninhalt, der bei Integration von 0 bis 2π über dem Drehwinkel γ entsteht und im vorliegenden Fall gleich $2\pi \cdot \cos \vartheta$ ist. Mit einer Proportionalitätskonstante C ergibt sich somit durch Integration über γ und ϑ die Orientierungspolarisation des Dielektrikums nach dem vorstehend zu dem Zoneninhalt zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ sagten und nach (4) und (8), zu

$$P = -\mu \cdot C \cdot \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cdot d\vartheta \times \\ \times \int_{\gamma = 0}^{2\pi} e^{-\frac{\mu F}{k T} \cdot (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)} \cdot \cos \vartheta \cdot d\gamma. \quad (9)$$

und die Zahl N aller Teilchen pro cm^3 ist dabei mit der gleichen Konstante C bestimmt durch den

Ausdruck

$$N = C \cdot \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\vartheta \cdot \int_{\gamma = 0}^{2\pi} e^{-\frac{\mu F}{k T} (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)} \cdot \cos \vartheta \cdot d\gamma. \quad (10)$$

Durch Einsetzen der Konstante C aus (10) in (9) ergibt sich somit die Orientierungspolarisation pro cm^3 eines polaren Dielektrikums im inhomogenen Zylinderfeld

$$P = N \cdot \mu \times \left\{ \begin{aligned} & - \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cdot d\vartheta \int_{\gamma = 0}^{2\pi} e^{-\frac{\mu F}{k T} (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)} \cdot \cos \vartheta \cdot d\gamma \\ & \times \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\vartheta \int_{\gamma = 0}^{2\pi} e^{-\frac{\mu F}{k T} (\sin \vartheta + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma)} \cdot \cos \vartheta \cdot d\gamma \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Die Integrale in γ in (11) entsprechen einer bekannten Integraldarstellung der Besselschen Funktion erster Art, nullter Ordnung von imaginärem Argument. Statt (11) ist deshalb auch zu schreiben:

$$P = N \cdot \mu \times \left\{ \begin{aligned} & - \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\mu F}{k T} \cdot \sin \vartheta} \cdot J_0 \left[i \frac{\mu F}{k T} \cos \vartheta \right] \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \\ & \times \int_{\vartheta = -\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\mu F}{k T} \cdot \sin \vartheta} \cdot J_0 \left[i \frac{\mu F}{k T} \cos \vartheta \right] \cdot \cos \vartheta \cdot d\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Der Ausdruck (12) ist eine erste Beziehung zwischen der inneren Feldstärke F und der Polarisation P des Dielektrikums im inhomogenen Zylinderfeld. Um (12) rechnerisch verwenden zu können, wird die rechte Seite zweckmäßig in eine Potenzreihe nach F entwickelt. Es ergibt sich aus (12)

$$P = N \cdot \mu \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right) + \frac{1}{15} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^3 + \\ & + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^2 + \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^4 + \\ & + \frac{1}{210} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^5 + \frac{1}{5670} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^7 + \dots \\ & + \frac{1}{630} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^6 + \dots \end{aligned} \right.$$

und ausgerechnet:

$$P = N \cdot \mu \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right) - \frac{2}{45} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^3 + \right. \\ & \left. + \frac{8}{945} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^5 - \frac{8}{4725} \cdot \left(\frac{\mu F}{k T} \right)^7 + \dots \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Zu (13) sei bemerkt, daß die entsprechende Entwicklung für den Fall des homogenen Feldes, in dem bekanntlich [1] die Abhängigkeit der Orientierungspolarisation vom inneren Feld durch die Langevin'sche Funktion dargestellt wird, das gleiche lineare Glied wie (13) aufweist, während das Glied dritter Ordnung die Hälfte, das Glied fünfter Ordnung den vierten Teil und das Glied siebter Ordnung den achten Teil des Wertes der entsprechenden Glieder der Entwicklung (13) hat. Natürlich ist (13) auch durch

geschlossene Funktionen darstellbar, nur ist solche Schreibweise für die vorliegende Rechnung unergiebig.

Der Einführung der inneren, auf das Einzelmolekül wirkenden Feldstärke F liegt die Vorstellung zu Grunde, daß sie in einem von Materie befreit gedachten Elementarvolumen durch ungestörte Superposition der Vakuumfeldstärke E und der durch die Polarisierung des Mediums der Umgebung hervorgerufenen Feldstärke zustandekommt. Die nur auf der Polarisierung beruhende Feldstärke G ist also dargestellt durch

$$F - E = G = G_h + G_v, \quad (14)$$

wobei die Feldstärke G in (14) aufgeteilt gedacht ist, entsprechend einer ebenfalls gedachten Aufteilung der Polarisierung in betrachteten Aufpunkt in einen ortsunveränderlichen Anteil und einen ortsveränderlichen Anteil, hervorgerufen durch die Inhomogenität des Feldes. Wird der ortsunveränderliche Anteil der Polarisierung gleich der örtlichen Polarisierung im Aufpunkt gesetzt, d.h. wird der Aufpunkt zunächst als Punkt eines homogenen Feldes mit den für diesen Punkt gültigen Feldstärken angesehen, so ist, mit der aus üblicher Ableitung gewonnenen „Konstante g des inneren Feldes“, die bei isotropen Substanzen gleich $\frac{4\pi}{3}$ ist, für (14) zu setzen:

$$F - E = g \cdot P + G_v. \quad (15)$$

Die örtliche Änderung der Polarisierung im Aufpunkt, die nun den Unterschied in der Polarisierung zwischen homogenem und inhomogenem Feld kennzeichnet, ist gleich dP/dr und entspricht einer scheinbaren (freien) Ladung, die den Feldstärkeanteil G_v hervorruft. Das dieser Feldstärke zugehörige Potential, gegeben durch

$$-\frac{dp_v}{dr} = G_v,$$

muß dementsprechend der inhomogenen Potentialgleichung

$$\frac{d^2 p_v}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dp_v}{dr} = -4\pi \cdot \frac{dP}{dr} \quad (16a)$$

genügen, für die auch zu schreiben ist:

$$\frac{dG_v}{dr} + \frac{1}{r} \cdot G_v = 4\pi \cdot \frac{dP}{dr}. \quad (16b)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$G_v = 4\pi \cdot P - \frac{4\pi}{r} \cdot \int P dr. \quad (17)$$

In (15) eingesetzt, besteht demnach für das inhomogene Zylinderfeld zwischen innerer Feldstärke, äußerer Feldstärke und Polarisierung die Beziehung:

$$F - E = (4\pi + g) \cdot P - \frac{4\pi}{r} \cdot \int P dr.$$

Diese Integralgleichung gilt, bei entsprechender Anpassung der Potentialgleichung und des Gradienten der Polarisierung an das jeweilige Koordinatensystem, für alle stetigen inhomogenen Felder. Sie ist die neben (13) noch erforderliche zweite Beziehung zur Bestimmung der Polarisierung. Zur Berechnung wird im vorliegenden Fall einfacher die Differentialgleichung (16b) in Verbindung mit (15) verwendet. Durch

Einsetzen von G_v aus (15) in (16b) ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF}{dr} + \frac{1}{r} \cdot F - g \cdot \frac{dP}{dr} - \\ - \frac{g}{r} \cdot P - \frac{dE}{dr} - \frac{1}{r} \cdot E = 4\pi \cdot \frac{dP}{dr} \end{aligned} \right\}$$

Da das E zugehörige Potential definitionsgemäß Lösung der homogenen Potentialgleichung ist, heben sich die beiden Glieder in E in (18) gegenseitig. Unter Berücksichtigung, daß P nach (13) eine Funktion von F ist, kann für (18) geschrieben werden

$$\frac{dF}{dr} + \frac{1}{r} \cdot F - g \cdot \frac{dP}{dF} \cdot \frac{dF}{dr} - \frac{g}{r} P(F) = 4\pi \cdot \frac{dP}{dF}$$

oder geordnet:

$$\frac{dF}{dr} \cdot \left[1 - (4\pi + g) \cdot \frac{dP}{dF} \right] + \frac{1}{r} \cdot [F - g \cdot P(F)] = 0.$$

Wird $P(F)$ aus (13) hierin eingesetzt, so ist (19) eine Differentialgleichung für $F(r)$ alleine, die durch den Ansatz

$$F(r) = c_1 \cdot r^{-\alpha} + c_3 \cdot r^{-3\alpha} + c_5 \cdot r^{-5\alpha} + \dots$$

gelöst wird. Es ergibt sich mit (20) aus (19)

$$\alpha = \frac{1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}}{1 - (4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}}$$

und mit der noch unbestimmten Konstanten c_1 durch diesen Wert α

$$\left. \begin{aligned} F(r) = c_1 \cdot r^{-\alpha} - \\ - c_1^3 \cdot r^{-3\alpha} \cdot \frac{2}{45} \cdot N\mu \cdot \left(\frac{\mu}{kT} \right)^3 \cdot (4\pi + g) \times \\ \times \frac{\left[\frac{2\pi}{(4\pi + g)} + \left(1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right) \right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right] \cdot \left[1 - (4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]} + \dots \end{aligned} \right\}$$

Die Konstante c_1 wird dadurch bestimmt, daß in (22) das zu F gehörige Potential p_i nach (3) gebildet und durch Reihenumkehr c_1 als Potenzreihe von r dargestellt wird. Mit Annäherung von r an die Feld begrenzenden Zylinderelektroden bei $r = R_1$ und $r = R_2$ ($R_1 < R_2$), die an den Potentialen $-\frac{V}{2}$ und $+\frac{V}{2}$ liegen mögen, nähert sich das Potential p_i beliebig diesen Randwerten. Bei vorläufiger Beschränkung auf das lineare Glied der Umkehrreihe, ergibt die Ableitung

$$c_1 = V \cdot \frac{4\pi \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1 \right]} \cdot R_1^{(\alpha-1)} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)}} \quad (\alpha \neq 0).$$

Mit diesem Wert in (22) ist

$$\left. \begin{aligned} F(r) = \left[\frac{\mu}{3kT} \cdot \frac{V}{R_1} \right] \cdot \left(\frac{R_1}{r} \right)^\alpha \cdot \frac{4\pi \cdot N \cdot \mu}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1 \right]} \times \\ \times \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)}} + \left[\frac{\mu}{3kT} \cdot \frac{V}{R_1} \right]^3 \cdot \left(\frac{R_1}{r} \right)^{3\alpha} \cdot \frac{2}{45} \times \end{aligned} \right\}$$

$$(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu \cdot \left(4\pi \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right)^3}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]^4} \times \left\{ (24) \right.$$

$$\left. \frac{\left[\frac{2\pi}{4\pi + g} + \left(1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right)\right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}\right]^3} \right\}$$

damit nach (13) die Polarisierung, ebenfalls bis zum Glied dritter Ordnung in V :

$$P(r) = N\mu \cdot \left[\frac{\mu}{3kT} \cdot \frac{V}{R_1}\right] \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^\alpha \times \left\{ (25) \right.$$

$$\frac{4\pi \cdot \frac{N\mu^3}{3kT}}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}} + N\mu \times$$

$$\left[\frac{\mu}{3kT} \cdot \frac{V}{R_1}\right]^3 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{3\alpha} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{\left(4\pi \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right)^3}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]^4} \times$$

$$\left[\frac{1 + (2\pi - g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}\right]^3} \right\}$$

(25) ist die für die Berechnung des Energieintegrals (1) benötigte Darstellung der Polarisationsortsfunktion im Zylinderfeld gewonnen.

Für den oben schon beschriebenen Zylinderkondensator, dessen Innenelektrode ($r=R_1$) am Potential $-V/2$ und dessen Außenelektrode ($r=R_2$) am Potential $+V/2$ liegt, ist der Absolutwert der Vakuumfeldstärke

$$E = \left| \frac{V}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{1}{r} \right| = \frac{V}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (26)$$

Das Volumen eines Elementarzylinders zwischen den Radien r und $(r+dr)$ und der Höhe h ist:

$$dv = h \cdot \pi \cdot [(r+dr)^2 - r^2] = 2\pi h \cdot r \cdot dr. \quad (27)$$

Durch Einsetzen von (25), (26) und (27) in (1) ergibt sich, wenn die Integrationen über einen kleinen Bereich in r ausgeführt werden,

$$= \left(\frac{V}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(\alpha+1)} \cdot \frac{2\pi \cdot \left(\frac{N\mu^2}{3kT}\right)^2}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]} \times \left\{ (28) \right.$$

$$\frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}} + \left(\frac{V}{R_1}\right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(3\alpha+1)} \cdot \frac{3}{5} \times$$

$$\frac{(4\pi)^3 \cdot (N\mu)^4 \cdot \left(\frac{\mu}{3kT}\right)^6}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]^4} \cdot \frac{\left[1 + (2\pi - g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]} \times$$

$$\frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}\right]^3} \right\}$$

Beziehungsweise, mit den zur Abkürzung einzuführenden Konstanten

$$m^* = \frac{2\pi \cdot \left(\frac{N\mu^2}{3kT}\right)^2}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]} \cdot \frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \times \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}},$$

$$m^{**} = \frac{(4\pi)^3 \cdot (N\mu)^4 \cdot \left(\frac{\mu}{3kT}\right)^6}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1\right]^4} \times \left\{ (28a) \right.$$

$$\frac{\left[1 + (2\pi - g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}\right]} \cdot \frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \times$$

$$\frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{(\alpha-1)}\right]^3},$$

$$u = m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(\alpha+1)} + \frac{3}{5} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(3\alpha+1)}. \quad (28b)$$

Die im Dielektrikum im Zylinderfeld wirksam werdende Volumenkraft ist damit in einem Raumpunkt mit dem Radius r ,

$$k_v = -\frac{du}{dr} = \frac{(\alpha+1)}{R_1} \cdot m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(\alpha+2)} + \left\{ (29) \right.$$

$$\left. + \frac{3}{5} \cdot \frac{(3\alpha+1)}{R_1} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{r}\right)^{(3\alpha+2)} \right\}$$

Diese Volumenkraft entspricht der in der Maxwell'schen Theorie der Elektrostatik, unter der Annahme einer örtlichen Änderung der Dielektrizitätskonstante im Feldraum, abgeleiteten Kraft. (29) könnte deshalb auch als Volumenkraft auf Grund des „Gradienten- ϵ -Effekts“ bezeichnet werden.

Aus (28) und (29) sind nun die gesamten, im Dielektrikum des Zylinderkondensators wirksam werdenden Kräfte herzuleiten. Zunächst gilt für den eigentlichen Feldraum zwischen den Kondensatorbelegungen, mit einem Elementarvolumen gemäß (27),

$$K_i = \int_{R_1}^{R_2} k_v \cdot dv$$

$$= 2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ \frac{\alpha+1}{\alpha} \cdot m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^\alpha\right] + \right\} \quad (30)$$

$$+ \frac{3}{5} \cdot \frac{(3\alpha+1)}{3\alpha} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{3\alpha}\right] \right\}$$

Zur Berechnung der in den Randzonen des Zylinderkondensators im Dielektrikum wirksam werdenden Kräfte seien die Zylinderelektroden als substanzdurchlässig und extrem dünn angesehen. Der Energieinhalt des Dielektrikums im Elementarzylinder [s. (27)] ist dabei am Innenrand ($r=R_1$)

$$du_{r=R_1} = u_{r=R_1} \cdot dv_{r=R_1}$$

$$= 2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^2 + \frac{3}{5} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1}\right)^4 \right\} \cdot dr.$$

Unter der Annahme, daß der Innenraum und der Außenraum des Zylinderkondensators feldfrei ist,

kann zunächst für die auf das Dielektrikum wirkende Randkraft an der substanzdurchlässigen Innenelektrode gesetzt werden:

$$K_{R_1} = - \frac{du_r = R_1}{dr} \left\{ m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 + \frac{3}{5} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \right\} \quad (31)$$

Und nach der gleichen Überlegung für die Randkraft an der Außenelektrode, die offenbar entgegengesetztes Vorzeichen wie K_{R_1} hat,

$$K_{R_2} = 2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha + \frac{3}{5} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right\} \quad (32)$$

Die gesamte, auf das polare Dielektrikum wirkende Verschiebungskraft im inhomogenen Feld des Zylinderkondensators der Höhe h ist also nach (30) bis (32)

$$K = K_i + K_{R_1} + K_{R_2} \\ = 2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ \frac{1}{\alpha} \cdot m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha \right] + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3\alpha} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right] \right\} \quad (33)$$

oder mit den ausgeschriebenen Werten von m^* und m^{**} und (21)

$$K = -2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{2\pi \cdot \left(\frac{N\mu^2}{3kT} \right)^2}{1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT}} \times \right. \\ \times \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)}} + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \times \\ \times \frac{(4\pi)^3 \cdot (N\mu)^4 \cdot \left(\frac{\mu}{3kT} \right)^6}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1 \right]^3} \cdot \frac{\left[1 + (2\pi - g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]^2} \times \\ \left. \times \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)} \right]^3} \right\} \quad (33a)$$

Zur Abkürzung seien nun die Konstanten eingeführt:

$$m_1 = \frac{2\pi \cdot \left(\frac{N\mu^2}{3kT} \right)^2}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]}; \\ m_2 = \frac{(4\pi)^3 \cdot (N\mu)^4 \cdot \left(\frac{\mu}{3kT} \right)^6}{\left[(4\pi + g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} - 1 \right]^3} \cdot \frac{\left[1 + (2\pi - g) \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]}{\left[1 - g \cdot \frac{N\mu^2}{3kT} \right]^2} \quad (34)$$

Damit ist:

$$K = -2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ m_1 \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \times \right. \\ \times \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)}} + \frac{1}{5} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \times \\ \times \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)} \right]^3} \right\} \quad (35)$$

Das Vorzeichen dieser im Dielektrikum molekularkraft K richtet sich, da g bei isotropen Stoffen den oben schon angegebenen Wert $\frac{4\pi}{3}$ nach der Größe des Wertes von $\left(\frac{N\mu^2}{3kT} \right)$, von welchem Wert auch die Größe von α gemäß (21) abhängt. (33) sind die Konstanten so geordnet, daß die Kraft negatives Zeichen hat, d.h., daß K der positiven r -Richtung entgegen, also radial von außen innen gerichtet ist, da dies dem phänomenologischen im ersten Abschnitt beschriebenen Effekt und im letzten Abschnitt mitgeteilten sonstigen Beobachtungsergebnissen entspricht. Es lassen sich auch Werte von $\left(\frac{N\mu^2}{3kT} \right)$ finden, bei denen das Glied zweiter Ordnung in V und das Glied vierter Ordnung in V einander entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Hier werde weiterhin die kontinuierlich im Dielektrikum wirksame Kraft (35), so wie angeschnitten behandelt. Diese Kraft verschiebt das im inhomogenen Kondensatorfeld befindliche polare Dielektrikum durch die substanzdurchlässige zylindrische Innenelektrode in den feldfreien Innenraum des Zylinderkondensators. Die durch die ebenfalls substanzdurchlässige Außenelektrode dadurch in das Innere nachströmende dielektrische Substanz wird mit derselben, wie vorstehend beschriebenen kräftemäßigen Folgen neu polarisiert. Die Umsetzung der Polarisationsenergie in kinetische Strömungs- bzw. Bewegungsenergie erfolgt damit kontinuierlich und im ersten Abschnitt phänomenologisch beschrieben kontinuierliche elektrisch-mechanische Energieumsetzung findet mit (35) ihre kräftemäßige Erklärung.

Zur Beurteilung der Größe der in Frage stehenden Kräfte ist es zweckmäßig, aus (35) die Kraft pro Flächeneinheit zu bilden. Der spezifische Druck der Fläche der zylindrischen Innenelektrode beträgt

$$K_s = \frac{K}{2R_1\pi h} = -m_1 \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \times \\ \times \frac{1}{1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)}} - \\ - \frac{m_2}{5} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right]}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \times \\ \times \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)} \right]^3}.$$

In (35) und (36) tritt die zwischen den Elektroden des Zylinderkondensators bestehende Potentialdifferenz V nur in geraden Potenzen auf. Das heißt, es ist für die Kraftwirkung im Dielektrikum belanglos, ob das elektrische Feld von der Innenelektrode zur Außenelektrode gerichtet ist oder umgekehrt. Damit erklärt sich die im ersten Abschnitt erwähnte Tatsache, daß der kontinuierliche Strömungseffekt sowohl mit Gleichspannung als auch mit Wechselspannung hergestellt ist. Allerdings findet die Möglichkeit der Anwendung von Wechselspannung ihre Grenze, wenn die halbe Periodendauer der Wechselspannung in die Größenordnung der Relaxationszeit der Orientierungspo-

tion der Dipolmoleküle bzw. Dipolmolekülkomplexe nimmt. Diese, die Trägheit der Einstellung der Orientierungspolarisation kennzeichnende Zeit, die der Temperatur umgekehrt proportional ist und von der Größe der polaren Komplexe und der inneren Reibung der dielektrischen Substanz abhängt, zwei Erscheinungen, die bei obiger Ableitung der Orientierungspolarisation nicht berücksichtigt wurden, wird in der Literatur [2] mit 10^{-8} bis 10^{-10} sec angegeben. Für große polare Molekülkomplexe dürfte sie höher liegen; bei technischen Wechselspannungen gegebenenfalls aber nie erreichen.

Die Tatsache der Unabhängigkeit der Kraftwirkung von der Feldrichtung legt beim Zylinderkondensator eine Anordnung nahe, wie sie Abb. 4 schematisch zeigt. Hier sind mehrere Zylinderelektroden, die als substanzdurchlässig anzusehen sind, konzentrisch angeordnet und abwechselnd an positive und negative Potentiale gelegt. Bei solcher Anordnung ist es möglich, bei festgelegtem Radienverhältnis R_1/R_2 die folgenden Radien der Zylinderelektroden und die aufeinanderfolgenden Potentialdifferenzen so zu bestimmen, daß sich die (31) und (32) entsprechenden Randkräfte in den aneinandergrenzenden Kondensatorräumen gegenseitig aufheben, so daß die Gesamtanordnung die Summe aller gleichgerichteten Innenkräfte nach (30), korrigiert durch die nun je nur einmal auftretende Randkraft zum feldfreien Innenraum und Außenraum zur Wirkung kommt.

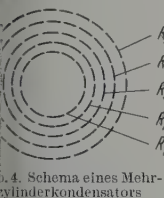


Abb. 4. Schema eines Mehrzylinderkondensators

Für die abgeleiteten Formeln gilt das absolute Maßsystem. Das heißt, die elektrische Spannung in Volt elektrostatischen Einheiten ($1 \text{ ESE} = 300 \text{ V}$) eingesetzt, ergibt die Energie in Erg und die Kräfte in Dyn bzw. Dyn/cm^2 , wenn es sich um spezifische Kräfte handelt.

B. Der Wirkungsgrad der Ausnutzung der Polarisationsenergie

Zur vollständigen Kennzeichnung der beschriebenen elektrisch-mechanischen Energieumsetzung ist neben dem vorstehend abgeleiteten, die Strömung wirkenden Kräften noch die Kenntnis des Wirkungsgrads der Umsetzung erforderlich. Hierzu ist vor allem das Verhältnis zu ermitteln, mit dem sich im gegebenen inhomogenen Feld die verfügbare freie Polarisationsenergie in mechanische Energieform umsetzt. Die verfügbare freie Polarisationsenergie pro Volumeneinheit ist durch (28) bzw. (28b) gegeben. Die gesamte Polarisationsenergie des Zylinderkondensators ist demnach in einem Zylinder der Höhe h

$$= \int_{R_1}^{R_2} u(r) \cdot dv = 2\pi h \cdot R_1^2 \cdot \left\{ \frac{m^*}{(\alpha-1)} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)} \right] + \frac{3}{5} \frac{m^{**}}{(3\alpha-1)} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(3\alpha-1)} \right] \right\} \quad (37)$$

zur Ermittlung des in mechanische Energieform umgesetzten Anteils dieser freien Energie u_G im Zylinderkondensator mit zwei Randbezirken zum feldfreien

Raum, ist auf die oben ermittelten wirksam werdenden Kräfte zurückzugehen. Mit einer Ersatz-Energiefunktion u' , kann für den gleichen Zylinderkondensator dessen gesamte Polarisationsenergie durch (37) gegeben ist, mit der gesamten in diesem Kondensator im Dielektrikum wirksamen Kraft K nach (33), gesetzt werden

$$- \int_{R_1}^{R_2} \frac{d(u-u')}{dr} \cdot dv = K. \quad (38)$$

Die Ersatz-Energiefunktion u' hat demnach die Bedeutung, daß sie, im Innenraum des Zylinderkondensators vorhanden gedacht, zu den in (31) und (32) angegebenen Randkräften K_{R_1} und K_{R_2} führt, da nach (29) und (30) das Integral über den negativen Differentialquotienten von u in (38) die Kraft K_i ergibt. Das heißt

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{du'}{dr} \cdot dv - K_{R_1} + K_{R_2} = -2\pi h \cdot R_1 \cdot \left\{ m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\alpha \right] + \frac{3}{5} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{3\alpha} \right] \right\} \quad (39)$$

(39) wird durch folgende Funktion $u'(r)$ erfüllt:

$$u'(r) = \frac{\alpha}{\alpha+1} \cdot m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{r} \right)^{(\alpha+1)} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3\alpha}{(3\alpha+1)} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left(\frac{R_1}{r} \right)^{(3\alpha+1)} \quad (40)$$

Die Integrationskonstante in (40) ist gleich Null gesetzt, da ein endlicher Wert zu Widersprüchen mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik führen würde.

Mit (40) ist das Ersatz-Energieintegral über das Volumen des Zylinderkondensators zu bilden:

$$u'_G = \int_{R_1}^{R_2} u'(r) \cdot dv = 2\pi h \cdot R_1^2 \cdot \left\{ \frac{\alpha}{(\alpha-1)} \cdot m^* \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(\alpha-1)} \right] + \frac{3}{5} \cdot \frac{3\alpha}{(3\alpha)^2-1} \cdot m^{**} \cdot \left(\frac{V}{R_1} \right)^4 \cdot \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{(3\alpha-1)} \right] \right\} \quad (41)$$

Mit (37) und (41) ergibt sich nun der Wirkungsgrad η_A der Ausnutzung der im Zylinderkondensator vorhandenen Polarisationsenergie durch die mechanische Energieform, die bei der beschriebenen Energieumsetzung erzeugt wird:

$$\eta_A = \frac{\int_{R_1}^{R_2} u(r) \cdot dv - \int_{R_1}^{R_2} u'(r) \cdot dv}{\int_{R_1}^{R_2} u(r) \cdot dv} = 1 - \frac{u'_G}{u_G} \quad (42)$$

Wird die gleiche Überlegung wie vorstehend für den Zylinderkondensator mit zwei Elektroden, für den oben beschriebenen Zylinderkondensator mit $(n+1)$ konzentrischen Elektroden durchgeführt, bei dem die Anordnung so getroffen ist, daß sich die Randkräfte aneinanderstoßender Kondensatorräume gegenseitig aufheben, so gilt hierbei mit einer Ersatz-Energiefunktion u' , die nurmehr den beiden Randkräften an der innersten und äußersten Elektrode

des konzentrischen Mehrzylinder-Kondensators entspricht:

$$\eta_{An} = \frac{\sum_{v=1}^n \int_{R_v}^{R_{v+1}} u_v \cdot dv - \int_{R_1}^{R_{n+1}} u'' \cdot dv}{\sum_{v=1}^n \int_{R_v}^{R_{v+1}} u_v \cdot dv + \int_{R_1}^{R_{n+1}} u'' \cdot dv} = 1 - \frac{\sum_{v=1}^n \int_{R_v}^{R_{v+1}} u_v \cdot dv}{\sum_{v=1}^n \int_{R_v}^{R_{v+1}} u_v \cdot dv + \int_{R_1}^{R_{n+1}} u'' \cdot dv} \quad (42a)$$

Dieser Wirkungsgrad η_{An} geht mit wachsender Zahl n der konzentrischen Elektroden des Zylinderkondensators gegen 1.

C. Die Leistungsaufnahme des vom Dielektrikum durchströmten Kondensators

Für die Erörterung der im dritten Abschnitt mitgeteilten Beobachtungsergebnisse ist die Kenntnis der theoretischen Leistungs- bzw. Stromaufnahme des Energie-Umsetzungssystems erforderlich.

Die unter der Einwirkung der abgeleiteten Kräfte im Zylinderkondensator auftretende, radial von außen nach innen gerichtete Strömung, möge in der Fläche der inneren substanzdurchlässigen Zylinderelektrode die Geschwindigkeit v^* [cm/sec] haben. Im Raum zwischen den Elektroden herrscht dann die örtliche Geschwindigkeit

$$v = v^* \cdot \frac{R_1}{r} = \frac{dr}{dt} \quad (43)$$

Nun befindet sich in einem Elementarzylinder-Volumen vom Radius r und der Höhe h die zu polarisierende Menge der dielektrischen Substanz

$$dm = 2\pi h \cdot r \cdot dr. \quad (44)$$

In das Elementarzylinder-Volumen am Außenrand ($r = R_2$) tritt das Dielektrikum durch die Außenelektrode im unpolarisierten Zustand ein und wird hier durch Energieaufnahme polarisiert. Mit (28) ergibt sich die vom Dielektrikum im Elementarzylinder an dieser Stelle aufgenommene Polarisationsenergie zu:

$$du_{r=R_2}^* = u_{r=R_2} \cdot dm_{r=R_2} = 2\pi h \cdot R_2 \cdot u(R_2) \cdot dr \quad (45)$$

und mit (43)

$$du^*(R_2) = 2\pi h \cdot R_2 \cdot u(R_2) \cdot v(R_2) \cdot dt.$$

Die Energieaufnahme pro Sekunde, d.h. die vom strömenden Dielektrikum beim Eintritt aus dem feldfreien Raum in den Zylinderkondensator der Höhe h aufgenommene Leistung beträgt also:

$$W^* = \frac{du^*(R_2)}{dt} = 2\pi h \cdot R_2 \cdot u(R_2) \cdot v(R_2). \quad (46)$$

Das am Außenrand des Kondensators polarisierte Dielektrikum verschiebt sich nun durch seine Strömung durch den Kondensatorraum radial nach innen. Wegen der Inhomogenität des Feldes und der hiervon bedingten Änderung der Polarisation, wird dem Dielektrikum in jedem Elementarvolumen noch eine elementare Energiemenge vom Betrage

$$\frac{du(r)}{dr} \cdot dr$$

zugeführt. Die Energieaufnahme in jedem Elementarvolumen ist demnach:

$$ddu^{**} = \frac{du(r)}{dr} \cdot dr \cdot dm = \frac{du}{dr} \cdot dr \cdot 2\pi h \cdot r \cdot dr$$

und wieder mit (43)

$$ddu^{**} = \frac{du}{dr} \cdot dr \cdot 2\pi h \cdot r \cdot v(r) \cdot dt.$$

Die Leistungsaufnahme pro Elementarvolumen a

$$dW^{**} = \frac{ddu^{**}}{dt} = \frac{du}{dr} \cdot dr \cdot 2\pi h \cdot r \cdot v(r).$$

Und im ganzen Kondensator, nun entsprechend Strömung von außen nach innen integriert:

$$W^{**} = 2\pi h \cdot R_1 \cdot v^* \cdot \int_{R_2}^{R_1} \frac{du}{dr} \cdot dr = 2\pi h \cdot R_1 \cdot v^* \cdot [u(R_1) - u(R_2)]. \quad (47)$$

Die gesamte Leistungsaufnahme des mit der Geschwindigkeit v^* aus der Innenelektrode eines Zylinderkondensators ausströmenden Dielektrikums demnach

$$W = W^* + W^{**} = 2\pi h \cdot R_1 \cdot v^* \cdot u(R_1) \text{ [Erg/sec].} \quad (48)$$

Durch die Fläche der Innenelektrode strömt da in der Sekunde die Flüssigkeitsmenge

$$m = 2\pi h \cdot R_1 \cdot v^*.$$

Die spezifische Leistungsaufnahme, das ist die Leistungsaufnahme pro cm^3 sekundlich austretender Flüssigkeit, ist demnach:

$$W_s = \frac{W}{m} = u(R_1) \text{ [Erg/sec]} = 10^{-7} \cdot u(R_1) \text{ [W]}. \quad (49)$$

Dies Ergebnis ist selbstverständlich und hätte sofort angeschrieben werden können, denn u ist die Polarisationsenergie pro Volumeneinheit und $u(R_1)$ die pro cm^3 austretender Substanz erreichte höchste Polarisationsenergie, wobei es gleichgültig ist, auf welche Wege der Materie die Polarisationsenergie zugeführt wurde. Die Ableitung wurde aber wegen der damit gegebenen Vergleichsmöglichkeit der in dieser Arbeit gewählten energetischen Überlegung mit nachfolgend kurz skizzierten Ableitung auf Grund der Maxwellschen Verschiebungsstrom-Vorstellung angegeben.

Aus (49a) folgt unmittelbar die spezifische Stromaufnahme des Systems durch Division der aufgenommenen Leistung durch die angelegte Spannung V :

$$I_s = \frac{W_s}{V} = \frac{u(R_1)}{V(\text{Volt})} \cdot 10^{-7} \text{ Amp.} \quad (50)$$

Dabei ist zu beachten, daß V in (50) nur im Nenn in Volt einzusetzen ist, während u mit elektrostatischen Einheiten berechnet wird.

Nach der Maxwellschen Theorie ist der in einem Kondensator fließende Strom proportional dem Differentialquotienten der dielektrischen Verschiebung im Kondensator nach der Zeit. Wird nun die eingangs der theoretischen Ableitung angegebene Grundgleichung, die die dielektrische Verschiebung mit d

Vaummfeldstärke und der Polarisierung verknüpft in Differentialform geschrieben und das hierbei aufzufindende Differential der Polarisierung dP gleich $\rho \cdot dv$ gesetzt, so ergibt sich, in der gleichen rechnerischen Ableitung die vorstehend für die Leistungsaufnahme angegeben wurde, der den Verschiebungskennzeichnende Differentialquotient dD/dt , wobei in der Ableitung nur die Energiefunktion u durch die Polarisierung P aus (25) ersetzt ist. Diese Ableitung führt hinsichtlich der mit der Flüssigkeitsströmung zusammenhängenden spezifischen Stromaufnahme auch zum Ausdruck (50). Additiv hierzu tritt bei Ausrechnung von dD/dt noch ein Glied auf, proportional dV/dt ist, und das bei Gleichspannungsbetrieb Null ist, während es bei Wechselspannungsbetrieb einen Blindstrom liefert, der ohne Bedeutung für die Flüssigkeitsströmung ist und durch Resonanzschaltung unschädlich gemacht werden kann, sofern nicht aus anderen Gründen solcher „Blindstrom“ mit Voreilung“ erwünscht ist.

Mit dem Ausdruck (49a) für die spezifische Leistungsaufnahme ist unter Heranziehung der oben angegebenen Ersatz-Energiefunktion auch der Leistungsleistungsgrad der Energieumsetzung anzugeben. Da sich hieraus aber keine neuen Aufschlüsse ergeben und bereits gegebene Ableitungen zu wiederholen wären, wird hier von der Aufstellung dieser Formel abgesehen.

III. Beobachtungsergebnisse

Die nur orientierenden Versuche waren darauf gerichtet, festzustellen, inwieweit die der theoretischen Behandlung zugrunde liegende Vorstellung vom frei im Feld sich einstellenden polaren Einzelmolekül auch in Flüssigkeiten verifizierbar ist. Um nennenswerte Effekte zu erzeugen, mußte es hierbei das Ziel sein, Abständen gewünschten Verhaltens mit möglichst großem Dipolmoment zu finden. Um der Assoziation gerade der stark polaren Dielektrika entgegen zu wirken, wurden diese vorwiegend in unpolaren bzw. schwach polaren Lösungsmitteln verwendet. So wurden, in gleichmäßig rund 10%iger Lösung, Aceton

Toluol, Propionitril in Diäthyläther, Benzonitril in Benzol, p-Tolyltoluol in Tetrachlorkohlenstoff, Nitromethan in Monochlormethan, Nitrobenzol in Benzol und Nitrobenzol in Diäthyläther orientierend untersucht. Bis auf $p\text{-CH}_3 \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{NO}_2$ und CCl_4 , bei dem in der gegebenen Konzentration keinerlei Bewegung des flüssigen Dielektrikums feststellbar war, zeigten alle aufgeführten Substanzen eine zwar

mehr oder minder starke aber unverkennbare kontinuierliche Flüssigkeitsströmung im inhomogenen Feld in den in Abb. 1 und 2 dargestellten Kondensatoren. Gemessen wurde mit Spannungen bis zu 200 V Gleich- bzw. Wechselspannung und Feldstärken zwischen $0,5 \cdot 10^3$ und $100 \cdot 10^3$ V/cm.

Da es im ersten Ansatz die günstigsten Resultate erwies, wurde weiterhin Nitrobenzol in Diäthyläther hinsichtlich der erzeugten, die Strömung unterhaltenen Kräfte näher untersucht. Zu diesem Zweck wurde der oberen Austrittsöffnung des in Abb. 2 maß-

stäblich angegebenen Zylinderkondensators ein Staurohr von 1 mm lichter Weite angebracht und die Steighöhe σ in mm gemessen. Abb. 5 zeigt die Anordnung. Die Messungen wurden mit Gleichspannung und geerdeter Außenelektrode durchgeführt, wodurch die Voraussetzung des feldfreien Außen- und Innenraums erfüllt war.

Die Tabelle zeigt die Meßresultate, ohne Berücksichtigung einer Elektrodenpolarisation, für vier Lösungen mit den angegebenen, areometrisch gemessenen Dichten von $\text{C}_6\text{H}_5 \cdot \text{NO}_2$ in $[\text{C}_2\text{H}_5]_2\text{O}$. Die Dichte $\rho = 0,750$ entspricht etwa einer 6%igen Lösung. Die Temperatur betrug bei allen Messungen 21°C .

In Abb. 6 sind die Werte der Steighöhe σ bei der Spannung 2100 V über der Dichte ρ aufgetragen. Der Anstieg der Druckkraft mit zunehmender Dichte bis zum Wert 0,750 dürfte sich aus der hier zunehmenden Zahl von Einzel-Nitrobenzol-Molekülen, vermutlich mit Solvationshüllen aus Äthermolekülen, erklären, d. h. mit der Zunahme von polaren Molekülkomplexen, die im Feld noch frei einstellbar sind und damit richtungspolarisationsfähig. Beim Überschreiten der Dichte 0,750 ist aus dem steilen Abfall der Druckkurve auf das Wirksamwerden anderer zwischenmolekularer Kräfte zu schließen, im vorliegenden Fall wohl auf Assoziation des Nitrobenzols [3].

Der Verlauf der Kurve in Abb. 6 ist, wie weiter unten ersichtlich, temperaturabhängig.

In Abb. 7 ist die Druckkurve bei $\rho = 0,750$, auf Dyn/cm^2 umgerechnet (rechter Maßstab), dargestellt. Mittels dieser Kurve können nun die vom Dipolmoment μ und der Teilchenzahl pro cm^3 N abhängen-

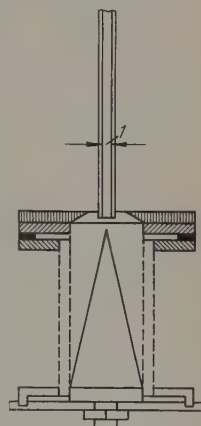


Abb. 5. Zwei-Zylinderkondensator mit Steighöhe zur Druckmessung

Tabelle

Angelegte Spannung $V =$	Dichte $\rho = 0,737$		$\rho = 0,750$		$\rho = 0,750$		$\rho = 0,769$	
	Steighöhe σ mm	Strom $I \times 10^{-6}$ A	σ mm	$I \times 10^{-6}$ A	σ mm	$I \times 10^{-6}$ A	σ mm	$I \times 10^{-6}$ A
300			3	5				
600			15	8				
900	1	1,1	22	14	3,5	2,4	3	2,2
1200	2	1,3	38	17	5	2,9	4	2,4
1500	2,5	1,4	50	21	6,0	3,3	4,5	2,6
1800	3	1,55	71	27	6,5	3,6	5	2,7
2100	3,5	1,7	97	32	7	4,1	5,5	2,9

den Materialkonstanten m_1 , m_2 , α in der Gl. (36) für den spezifischen Druck errechnet werden. Die nachfolgenden Ergebnisse sind dabei aus den beiden obersten Meßpunkten bei 1800 und 2100 V errechnet, da hier die kleinsten relativen Meßfehler vorliegen. Wie aus Abb. 2 ersichtlich, ist das Radienverhältnis des gemessenen Kondensators $R_2/R_1 = 1,1$. Die wegen der im Exponenten auftretenden Materialkonstante α umständliche Lösung der Gleichung vereinfacht sich sofort erheblich, wenn zunächst für α ein erratener Zahlenwert eingesetzt und hiermit m_1 aus (36) und

(34) und damit $\left(\frac{N\mu^2}{3kT}\right)$ errechnet und dann mit der Formel (21) für α kontrolliert wird. Im vorliegenden Fall ergab sich nach einigen Proben als brauchbarer Wert

$$\alpha_{ep} = -0,075.$$

Die beiden obersten Meßpunkte der Druckkurve in Abb. 7 ergeben damit die Werte der Konstanten in Gl. (36) (m_2 hier nur größenordnungsmäßig)

$$m_1 = 50,7; \quad m_2 \sim 10^{-8};$$

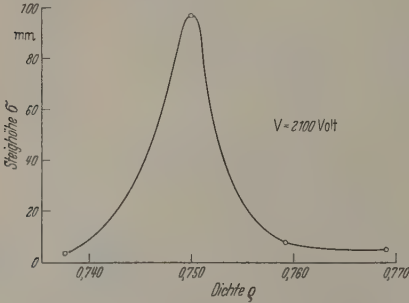


Abb. 6. Abhängigkeit der Steighöhe bei 2100 V Gleichspannung von der Dichte einer Lösung von Nitrobenzol in Diäthyläther

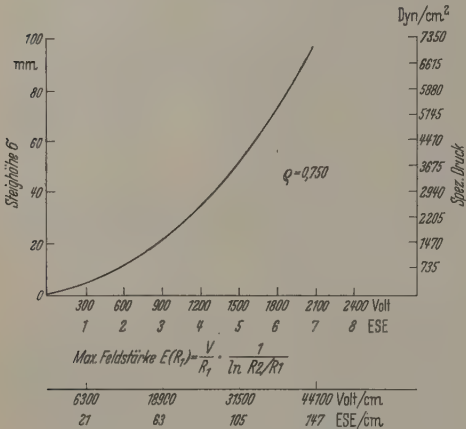


Abb. 7. Steighöhe (spezifischer Druck) im Zwei-Zylinderkondensator einer Lösung von Nitrobenzol in Diäthyläther der Dichte 0,750 in Abhängigkeit von Spannung bzw. Feldstärke

Aus diesem Wert m_1 errechnet sich nach (34) für die dielektrische Substanz

$$\frac{N\mu^2}{3kT} = 0,2$$

und mit diesem Wert in (21) eingesetzt

$$\alpha = -0,07,$$

d.h. hier ausreichende Übereinstimmung mit α_{ep} .

Aus dem Wert für $\left(\frac{N\mu^2}{3kT}\right)$ ergibt sich, mit $T = 294^\circ \text{K}$,

$$N\mu^2 = 2,44 \cdot 10^{-14}.$$

Mit einem durch Messung ermittelten m_2 und der Darstellung dieser Konstanten nach (34), wäre es jetzt möglich eine zweite zahlenmäßige Beziehung zwischen N und μ auszurechnen und damit N und μ einzeln endgültig aus der Messung zu bestimmen. Da aber m_2 durch die Bildung einer kleinen Differenz aus zwei großen Meßwerten ermittelt ist, enthält m_2

unter Umständen den doppelten absoluten Meßfehler und es ist hier richtiger in den vorstehend aus bestimmten Wert von $N \cdot \mu^2$ den Wert von N Diäthyläther als Näherung einzusetzen, da die untersuchte Substanz zu rund 94% aus Diäthyläther besteht. Für $[\text{C}_2\text{H}_5]_2\text{O}$ gilt der Wert $N = 5,84 \cdot 10^{23}$ und damit wird

$$\mu^2 = 4,17 \cdot 10^{-36},$$

d.h.

$$\mu \approx 2 \cdot 10^{-18}.$$

Werden diese Werte von N und μ zur Kontrolle in m_2 nach (34) eingesetzt und hiermit der Meßpunkt für 2100 V nachgerechnet, so ergibt sich an Stelle der gemessenen Steighöhe von 97 mm eine errechnete Steighöhe von rund 96 mm. Die Differenz liegt innerhalb der Meßgenauigkeit.

Die untersuchte Lösung von Nitrobenzol in Diäthyläther verhält sich also wie eine polare Substanz mit freier Einstellbarkeit der Einzelmoleküle und dem Dipolmoment $2 \cdot 10^{-18} [\text{Dyn}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{cm}^2]$, wobei das Verhältnis von Dichte zu Molekulargewicht mit rund 10^{-2} zu rechnen ist. Da es sich bei der untersuchten Substanz um Molekülkomplexe aus einem höhlenförmigen inneren Molekül mit Solvatationshülle an niedrigeren bzw. polarisierten Molekülen handeln dürfte, und da die Komponenten der untersuchten Lösung einer zufälligen Auswahl entstammten, ließe sich die Annahme nahe, daß eine systematische Untersuchung einer größeren Zahl möglicher Komplexe noch günstigeren Ergebnissen führen kann.

Wird Gl. (36) mit den vorstehend angegebenen konstanten Werten angeschrieben, wobei der Strich an K_S bedeuten soll, daß es sich um den spezifischen Druck von $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$ in $[\text{C}_2\text{H}_5]_2\text{O}$ der Dichte 0,75 in dem angegebenen Zylinderkondensator handelt, lautet diese Gleichung

$$K'_S = -[143 \cdot V^2 + \sim 10^{-5} \cdot V^4].$$

K'_S ergibt sich in Dyn pro cm^2 , wenn V in ESE eingesetzt wird. Das negative Zeichen bedeutet, daß die Kraft der positiven r -Richtung entgegengerichtet ist, von außen nach innen gerichtet ist.

Wie aus Abb. 7 ersichtlich, ist hier bis zu einem maximalen Feldstärke an der Innenelektrode von rund 44000 V/cm gemessen worden. Eine weitere Steigerung der Feldstärke stieß in dem Meßkondensator auf Schwierigkeiten, da die von Hand hergestellten Zylinderelektroden aus Metallgewebe an den Schnittstellen so viele scharfkantige Stellen besaßen, daß trotz des schnell strömenden Dielektrikums, bei höheren Spannungen Spitzenentladungen auftraten. MALSCH [4] gibt an, in ähnlichen dielektrischen Substanzen bis zu Feldstärkewerten von 250000 V/cm gemessen zu haben. Das entspräche hier einer Potentialdifferenz $V \approx 40$ ESE; woraus $K'_S = 0,22 \text{ kg/cm}^2$ folgte. Die Anwendung des oben angegebenen Mehrzylinder-Kondensators vergrößert den spezifischen Druck. Mit einer dielektrischen Sättigung wäre dabei bei der hier vorliegenden Substanz noch nicht zu rechnen, denn der für diesen Vorgang maßgebende

Wert $\left(\frac{\mu \cdot E}{3kT}\right)$ erreicht bei normaler Raumtemperatur und $V = 40$ ESE erst den Betrag $1,37 \cdot 10^{-2}$.

Der ermittelte Ausdruck für den spezifischen Druck ist stark abhängig vom Wert $\left(\frac{N\mu^2}{3kT}\right)$. Die Durch-

nung zeigt für kleiner werdende Beträge dieses Wertes ein Absinken des spezifischen Drucks, das in etwa dem Abfall der Meßkurve in Abb. 6 bei Herabsetzung der Zahl der eingebrachten Nitrobenzolmoleküle gegenüber der beim Maximalwert $\varrho = 0,750$ vorliegenden Zahl entspricht.

Die kontinuierliche Strömung des Dielektrikums hat Einfluß auf den Ladungstransport durch die im Dielektrikum befindlichen Restionen. Dieser, bei jeder Substanz die spezifische Leitfähigkeit bestimmende Vorgang, wird durch die Strömung des Dielektrikums gestört. Sehr deutlich tritt diese Erscheinung in dem in Abb. 1 dargestellten Plattenkondensator auf, wenn als Dielektrikum eine Substanz verhältnismäßig großer „Ruhe-Leitfähigkeit“ verwendet wird. In diesem inhomogenen Plattenkondensator verläuft die Strömung senkrecht zu den Bewegungsbahnen der Leitfähigkeits-Ionen und es tritt beim Ingangkommen der Strömung zunächst ein starker Abfall des „Ruhe-Leitfähigkeitsstromes“ auf, der auf eine Verlängerung der Bewegungsbahnen der Leitfähigkeits-Ionen durch die Strömung hinweist. Die Beeinflussung des Ladungstransports der Leitfähigkeits-Ionen durch die strömende Substanz ist in einem Zwei-Zylinderkondensator nicht ohne weiteres erkennbar, da hier die Ionen der einen Ladungsart in ihrer Bewegung durch die Strömung unterstützt, die Ionen der anderen Ladungsart aber in ihrer Bewegung gehemmt werden. Aufschluß hierüber könnten entsprechende Vergleichsversuche zwischen einem Zwei-Zylinderkondensator und einem Mehr-Zylinderkondensator mit abwechselndem Potential an den Zylinder-Elektroden geben. In Abb. 8 sind die gemessenen Werte der zur Druckkurve der Abb. 7 gehörenden Strom- und Leistungsaufnahme dargestellt; Kurven, die den Leitfähigkeits-Verluststrom der bewegten dielektrischen Substanz mit enthalten. Bei Messung des sekundlichen Mengendurchsatz an Flüssigkeit und der hiermit möglichen Errechnung der Strömung unterhaltenden Leistungsaufnahme nach Gl. (49a), läßt sich aus den Kurven der Abb. 8 die Leitfähigkeits-Verlustleistung bzw. die von der Strömungs-Geschwindigkeit abhängige spezifische Leitfähigkeit der strömenden Substanz ermitteln.

Diese Frage ist in zweierlei Hinsicht von Bedeutung: Einmal beeinflusst die durch die Strömung bewirkte örtliche Änderung der Ionen-Konzentration die Durchschlagsfestigkeit der dielektrischen Substanz, denn es wurde in jedem Fall strömender Substanz eine Zunahme der Durchschlagsfestigkeit des Dielektrikums mit der Strömungsgeschwindigkeit beobachtet.

Zum anderen tritt bei zunehmender Strömungsgeschwindigkeit, durch Verminderung der Leitfähigkeits-Verlustleistung, eine Verbesserung des gesamten Leistungswirkungsgrads auf.

Es bleibt die bei Durchführung der Messungen gemachte Beobachtung mitzuteilen, daß bei Wechselspannungsbetrieb die Druckwirkung im Dielektrikum in Form von Druckwellen in der Flüssigkeit auftritt.

Der im gesamten Leistungswirkungsgrad enthaltene, hier aber nicht behandelte Wirkungsgrad mit

dem die Polarisation des Dielektrikums im erregenden Feld entsteht, liegt bei normaler Raumtemperatur und Gleichspannungsbetrieb so nahe bei 1, daß er vernachlässigt werden kann. Bei Wechselspannungsbetrieb wird er zweckmäßig aus dem gemessenen Verlustwinkel des Dielektrikums ermittelt.

Die bei adiabatischem Ablauf der Entpolarisierung des in den feldfreien Raum austretenden Dielektrikums auftretende adiabatische Entpolarisierungskühlung, zufolge des elektro-kalorischen Effekts, ist hier ebenfalls nicht behandelt, da sie mit den im ersten Abschnitt beschriebenen Strömungserscheinungen nur in mittelbarem Zusammenhang steht.

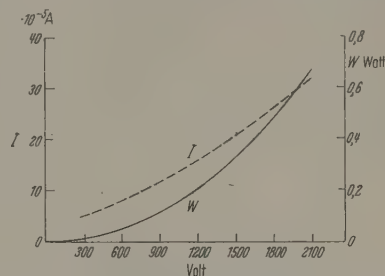


Abb. 8. Strom- und Leistungsaufnahme des von einer Lösung von Nitrobenzol in Diäthyläther der Dichte 0,750 durchströmten Zwei-Zylinderkondensators

Der Verfasser dankt an dieser Stelle Herrn Mechanikermeister WILLI GLEISS, Frankfurt a.M., für die oft mühevolle Herstellung der Versuchsanordnungen.

Zusammenfassung

Es werden Erscheinung und Ursache der kontinuierlichen Strömung eines flüssigen polaren Dielektrikums im inhomogenen elektrischen Feld beschrieben. Der theoretischen Behandlung dieser Strömungserscheinung wird als Anordnung für die Herstellung des inhomogenen Feldes ein Zylinderkondensator mit substanzdurchlässigen Elektroden zugrunde gelegt. Für dieses Feld werden die die Strömung treibenden Kräfte, der Wirkungsgrad der Umsetzung der Polarisationsenergie in die kinetische Energie der Flüssigkeitsströmung und die Leistungsaufnahme des vom flüssigen polaren Dielektrikum durchströmten Kondensators abgeleitet. Orientierende Versuche mit niedrigprozentigen Lösungen von Nitrobenzol in Diäthyläther zeigen die Möglichkeit eine Substanz herzustellen, die das Verhalten eines ungestört orientierungs-polarisationsfähigen Dielektrikums mit einem Dipolmoment von etwa zwei Debye-Einheiten bei einem Verhältnis 10^{-2} von Dichte zu Molekulargewicht hat.

Literatur: [1] DEBYE, P.: Phys. Z. **13**, 97 (1912). — Handbuch der Radiologie, Bd. VI, 1925. — [2] FUCHS, O. u. K. L. WOLF: Hand- und Jahrbuch der chemischen Physik, Bd. 6, 1. 1935. Siehe dort auch weitere Literatur-Angaben. — [3] DEBYE, P.: Phys. Z. **36**, 100, 193 (1935). — DEBYE, P. u. W. RAMM: Ann. d. Physik V. F. **28** (1937). — [4] MALSCH, J.: Phys. Z. **30**, 837 (1929).

Dr. Ing. GÜNTHER H. KRAWINKEL
Frankfurt a.M.-Eschersheim
Haeberlinstr. 54

Berichte

Länge und Zeit im Aufgabenbereich der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB)

Von ULRICH STILLE

(Eingegangen am 27. Mai 1959)

Länge und Zeit sind die Grundbegriffe der Kinetik, aus denen sich alle weiteren Größen des Raum-Zeit-Kontinuums herleiten. So haben Physik, Metrologie und Astronomie seit jeher sich um die Grundlagen der Fundamentalbestimmungen für Länge und Zeit besonders bemüht und eine ständige Steigerung der Genauigkeit in den Meßmethoden angestrebt. Trotz vieler Analogien in ihrem Entwicklungsweg befinden sich heute Längen- und Zeitbestimmung auf unterschiedlicher Entwicklungsstufe.

Begrifflich werden Länge und Zeit als physikalische Grundgrößen eingeführt. Mit anderen Worten: Länge und Zeit werden nicht als aus anderen physikalischen Größen ableitbare Größen durch Gleichungen definiert, sondern vermittels festgelegter Grundmeßverfahren in für sie vereinbarten, von anderen unabhängigen Grundeinheiten gemessen [1].

Die metrische Längeneinheit in ihrer ursprünglichen

Definition über den Erdmeridian —

mètre des archives als realisierendes Endmaß

Als Grundeinheit der Länge dient das Meter. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, soll nur an einige Tatsachen erinnert werden [1], [2]. Das Meter ist eine Schöpfung der Französischen Revolution. In seiner ursprünglichen Definition [3] als der vierzigmillionte Teil des durch die Pariser Sternwarte gehenden Erdmeridians ist es aus geometrischen Eigenschaften der Erde abgeleitet worden, weshalb es damals — im Gegensatz zu unseren heutigen Auffassungen — als ein Naturmaß angesehen wurde. Zu seiner praktischen Benutzung bedurfte es einer Verkörperung des Meters. Nach dem Ergebnis der Gradmessung von DELAMBRE und MÉCHAIN [4] fertigte LENOIR [5] als Endmaß einen Platinstab von rechteckigem Querschnitt an, der, wie wir heute wissen, um nur rund $\frac{1}{5}$ mm zu klein ausgefallen war [6] und im französischen Staatsarchiv hinterlegt wurde [7]. Zur Erinnerung an das für die Gesamtentwicklung der Metrologie bedeutende Ereignis stiftete der Ältestenrat 1799 eine Medaille [8] mit der Aufschrift „A tous les temps, à tous les peuples“.

Die metrische Längeneinheit in ihrer bisherigen

Definition im Rahmen der Meterkonvention —

Internationales Meterprototyp

als verkörpertes Strichmaß

In den folgenden Jahrzehnten zeigte sich, daß Werkstoff und Konstruktion des *mètre des archives* nicht den gesteigerten Anforderungen an Präzision und Konstanz eines Etalons genügten. Weiter erhoben sich berechnete Zweifel, ob man mit der ursprünglichen Festlegung des Meters über den Erdquadranten ein wirklich unveränderliches Naturmaß geschaffen habe. Hinzu kamen die Schwierigkeiten, die einer laufenden Überwachung der Richtigkeit und Konstanz

des Platinstabes durch Wiedernachmessung auf dem Erdmeridian im Wege stehen.

Daher wurde auf Anregung der Organe der 1895 abgeschlossenen Internationalen Meterkonvention eine Reihe unter sich gleicher neuer Meterstäbe aus Platin-Iridium als Strichmaße von x-förmigem Querschnitt hergestellt. Unter ihnen wählte die 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1889 den Stab Nr. 6 aus, erklärte ihn zum Internationalen Meterprototyp und überantwortete ihn dem Internationalen Bureau für Maß und Gewicht in Sèvres zur Aufbewahrung weiterer Kopien wurden durch Auslosung an die Signatarstaaten der Meterkonvention verteilt [10]. Die Generalkonferenz löste also das Meter von seiner ursprünglich definierenden Verknüpfung mit Eigenschaften der Erdoberfläche: Das Internationale Meterprototyp der Meterkonvention stellt gleichzeitig die Definition der Längeneinheit dar; damit wandelte sich das Meter vom Naturmaß einer früheren Auffassung zum verkörperten Strichmaß.

Die metrische Längeneinheit in ihrer für die Zukunft vorgesehenen Definition —

Wellenlängenmeter als physikalisches Naturmaß

Der Fortschritt in der physikalischen Forschung und in der Meßtechnik lenkte die Entwicklung der metrischen Längeneinheit in eine neue Richtung. Form und Ausführung der Strichmarken auf dem Meterprototypen bedingen Unsicherheiten im Vergleich untereinander oder im Anschluß eines Sekundärnormals an ein Prototyp, die nicht unter 0,2 µm oder den fünfmillionten Teil des Meters herabzudrücken waren. Dagegen können Lichtwellenlängen in einem geeignet angestellten Interferenzversuch um zwei Zehnerpotenzen genauer verglichen werden. Weit ist nach unserer heutigen Kenntnis die Wellenlänge einer von einem ungestörten Atom ausgestrahlten Linie im Vakuum wandernden Lichtwelle eine konstante Größe, die als unveränderliches Naturmaß für die Länge benutzt werden könnte. Hinzu kamen Erwägungen, daß die Möglichkeit eines Verlustes des Internationalen Meterprototyps nicht auszuschließen war, seine zeitliche Unveränderlichkeit, beispielsweise wegen etwa möglicher Rekristallisationsvorgänge im metrischen Gefüge, nicht mit Sicherheit zu gewährleisten ist.

Den Vorschlag, eine Lichtwellenlänge als natürlichen Etalon der Länge zu verwenden, hat vorerst BABINET [11] im Jahre 1829 gemacht. Die den neunzigsten Jahren des vergangenen Jahrhunderts von MICHELSON [12] an der roten Cadmiumlinie begonnenen Arbeiten und die Anfang dieses Jahrhunderts von BENOÎT, FABRY und PEROT [13] abgeschlossenen Präzisionsmessungen führten jedoch nicht direkt zu einer Neudefinition des Meters sondern zunächst zur Festlegung der spektroskopischen Längeneinheit an

im Jahre 1907 durch die Vorgängerin der heutigen Internationalen Astronomischen Union [14]: $\lambda_{\text{rot}} = 6438,4696 \text{ \AA}$ in spektroskopischer Normal-

Spätere, vor allem in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTR) durchgeführte Untersuchungen zeigten, daß es Spektrallinien gibt, die sich für eine Wellenlängendefinition des Meters besser eignen als die des Angström der Internationalen Astronomischen Union definierende rote Cadmiumlinie in Luft. Um den störenden Einfluß der Hyperfeinstruktur auszuschalten, wurden in der Reichsanstalt Linien von Isotopen gerader Nukleonenzahl mit dem Kernspin null untersucht. Die Lösung des gleichen Problems für die wissenschaftliche und die praktische Metrologie international wichtiger Probleme der Schaffung eines Wellenlängenmeters wurde zu einer für ein Staatsinstitut typischen Forschungsergebnisse.

Die von KÖSTERS mit seinen Mitarbeitern in der PTR begonnenen und nach seinem Tode in der PTB von ENGELHARD fortgesetzten Untersuchungen [15] hatten einmal die wissenschaftliche Klärung von sich immer wieder stellenden physikalischen Problemen im Gegenstand und erstreckten sich zum anderen auf die Entwicklung geeigneter Meßmethoden und Meßmittel.

Von den in den letzten Jahren bearbeiteten physikalischen Fragestellungen seien hier nur einige genannt, die mit dem Einfluß der Stoßprozesse im Plasma und der Art der Anregung der Atome auf die unterschiedlichen Gasentladungsbedingungen emittierten Spektrallinien zusammenhängen [16]: nämlich die Einwirkung von Eigen- und Fremddruck, Temperatur, Ladungsträgerkonzentration, Stromart und Stromstärke, Doppler-Effekt und interatomarem Stark-Effekt auf Linienform und Linienschwerpunkt. Dabei konnten beispielsweise die durch Impulsübertragung an Elektronen auf Atome bewirkten Doppler-Verbiegungen gemessen sowie der funktionale Zusammenhang zwischen relativer Wellenlängenänderung und Ladungsträgerkonzentration beobachtet und interatomarer Stark-Effekt gedeutet werden.

Von den entwickelten Geräten sind besonders das Vakuumwellenlängeninterferometer von KÖSTERS [15] und die Engelhardsche Kryptonisotop-Lampe [18] zu erwähnen. Eine für ihre Entwicklung wichtige Vorbedingung, die verschiedenen Isotope eines Atoms zu trennen und in ausreichender Menge abzuscheiden, erfüllte die im Prinzip nach dem Clusius-Dickelschen Sinterdiffusionsverfahren [17] arbeitende große Vakuumrohranlage aus Metall [19].

Der von der 9. Generalkonferenz für Maß und Gewicht [20] 1948 ausgesprochenen und 1954 von der 10. Generalkonferenz [21] wiederholten Aufforderung zur Intensivierung der Arbeiten sind auch andere Forschungsinstitute sowie das Internationale Bureau für Maß und Gewicht auf unterschiedlichen Wegen nachgekommen [21]. Eine eingehende Diskussion der erhaltenen Resultate im Comité Consultatif pour la Définition du Mètre ermöglichte es diesem Gremium, im Jahre 1957 einen eindeutigen Beschluß zu fassen [23]. Der Internationale Komitee für Maß und Gewicht wurde die von deutscher Seite vorgeschlagene orangefarbene Kryptonlinie des Krypton-Isotops der Nukleonenzahl 86 einstimmig als Definitionsgrundlage für das

Wellenlängenmeter empfohlen und vorgeschlagen, das Meter als das 1 650 763,73fache der Vakuumwellenlänge dieser Spektrallinie festzusetzen. Das Internationale Komitee hat sich 1958 diesem Vorschlag angeschlossen [24]. Nunmehr hat die Generalkonferenz die endgültige Entscheidung zu treffen. Man darf sich für das kommende Jahr in der Weise erwarten, daß das Meter über die Energiedifferenz zweier Elektronenenergieeines ungestörten Atoms, und zwar der Niveaus $2p_{10}$ und $5d_5$ des ^{86}Kr , neu definiert wird; dabei soll die Anzahl der das Meter festlegenden Vakuumwellenlängen so gewählt werden, daß ohne Änderung der Zahlenwerte für die spektroskopischen Normallinien das Angström der Internationalen Astronomischen Union als besonderer Name für 10^{-10} m übernommen werden kann. Die metrische Längeneinheit steht damit nach 165 Jahren stetiger Entwicklung, die durch die in der PTR und der PTB durchgeführten Arbeiten maßgebend beeinflusst wurde, kurz vor der Rückkehr zum Naturmaß — allerdings zu einem Naturmaß im Sinne unserer heutigen physikalischen Erkenntnis.

Realisierung des Wellenlängenmeters und Weitergabe an seine Benutzer

Naturmaße müssen zur Übertragung auf praktische Meßanordnungen in einer Fundamentalapparatur realisiert werden. Im Falle des Wellenlängenmeters kommt es dabei, wie die bisherigen Untersuchungen zeigen, wesentlich auf Konstruktion, Gasfüllung und Betriebsart der realisierenden Kryptonisotop-Lampe an. Auch für die Festsetzung der einzelnen Bedingungen, deren Einhaltung international empfohlen werden soll, sind in der Bundesanstalt die Grundlagen geschaffen worden [25]. Parallel hierzu läuft die Entwicklung einer geeigneten Atomstrahlanordnung als weitere Möglichkeit zur Anregung der orangefarbenen Kryptonlinie [26]. Ferner wurde ein registrierendes Interferenzspektrometer entwickelt [27]. Die Bundesanstalt wird am Stichtag des Generalkonferenzbeschlusses über die Neudefinition der metrischen Längeneinheit bereit sein, das Wellenlängenmeter mit der zur Zeit höchstmöglichen Präzision, d.h. mit einer relativen Unsicherheit $\leq 10^{-9}$ zu realisieren und an seine Benutzer weiterzugeben.

Weiter hat die Bundesanstalt in den letzten Jahren Vorsorge getroffen, um zum gleichen Zeitpunkt auch auf den Gebieten der End- und Strichmaße einer Wellenlängendefinition des Meters voll Rechnung tragen zu können, insbesondere für die Prüfung und Beglaubigung von End- und Strichmaßen höchster Genauigkeit, die als Normale bei Präzisionsmessungen in Wissenschaft und Technik, bei der Lehrenherstellung und in der industriellen Präzisionsfertigung gebraucht werden. Auch hier mußten der gerätemäßigen Entwicklung physikalische Untersuchungen vorausgehen. Zum Anschluß von Endmaßen bedient man sich seit langem interferentieller Methoden; zusätzlich wurden ein Meßgerät [28] zur Parallelitätsbestimmung an Endmaßen bis zu 4 m Länge und ein Interferenzkomparator [29] für Endmaße bis zu 1 m Länge gebaut sowie besondere Zusatzeinrichtungen [30] entwickelt. Für die Bestimmung von Strichmaßen ist ein neuer 1 m-Strichmaßkomparator gebaut und mit photoelektrischen Ablesemikroskopen ausgerüstet worden

[31]; eine speziell entwickelte Interferenzeinrichtung [32] für diesen Komparator steht vor dem Abschluß.

Aus der Tatsache, daß der Prototypstab durch eine Wellenlängendefinition abgelöst werden soll, darf man keinesfalls folgern, daß in Zukunft Strichmaße gegenüber Endmaßen zurücktreten würden. Umstellung einer Einheitsdefinition und Übergang zu genaueren Realisierungsmethoden erfordern noch nicht als zwangsläufige Folge einen Wechsel in den zur praktischen Bestimmung der Meßgröße benutzten Meßmitteln; ihre Auswahl wird vielmehr durch den speziellen Anwendungszweck bedingt. Auch bei den Strichmaßen ist die Entwicklung in den Herstellungs- und Ablesemethoden fortgeschritten und hat zu einer Verringerung der kleinsten erreichbaren Unsicherheit um etwa den Faktor 5 geführt; diese Entwicklung ging von der beabsichtigten Wellenlängendefinition des Meters aus und wurde durch das weitere Eindringen interferentieller Methoden in das Arbeitsgebiet der Strichmaße stark gefördert. Beispielsweise wird man dort, wo eine feste Länge genau gemessen oder eingehalten werden soll, möglichst Endmaße benutzen — so vor allem bei Lehren. Dagegen dürfte bei der Messung oder Einstellung kontinuierlich variabler Längen das Strichmaß vorzuziehen sein — beispielsweise bei Längenmeßmaschinen, bei Lehnbohrwerken oder bei Fräsmaschinen mit hohen Anforderungen an die Koordinateneinstellung.

Definition der Zeiteinheit aus der Erdrotation — Weltzeit-Sekunde als astronomisches Zeitmaß

Definition, Realisierung und Weitergabe der metrischen Längeneinheit sind bereits in die Schlußphase einer langen Entwicklung eingetreten, die eine wesentliche Steigerung der Meßsicherheit bewirken sollte und dieses Ziel offensichtlich mit großem Erfolg erreicht. Ganz im Gegensatz hierzu befindet sich das Zeitmaß in den Anfangsstadien einer neuen Entwicklung, deren Probleme sich gerade in den letzten Jahren immer deutlicher abzeichneten.

Zunächst wäre daran zu erinnern, daß das Wort „Zeit“ zweierlei umschließt, nämlich Zeitpunkte und Zeitdifferenzen oder -intervalle. Daher tritt bei der Zeit, ähnlich wie im Falle der Temperatur, zur Intervalleinheit der Begriff der Skala, gegen deren Nullpunkt Zeitpunkte oder, wie der Astronom sagt, Epochen angegeben werden. Die genaue Bestimmung von Epochen ist zwar im Rahmen physikalischer Fragestellungen gegenüber der präzisen Messung von Zeitdifferenzen bisher von untergeordneter Bedeutung. Trotzdem muß hier auch auf Zeitskalen eingegangen werden, um für die Zeitintervalleinheit die derzeitige Situation und die aus ihr erwachsenden Aufgaben charakterisieren zu können.

Zeitskalen einschließlich ihrer Skalenmaße wurden in der Astronomie seit langem aus der Erdrotation abgeleitet, die nur relativ zu einer außerhalb der Erde in der Himmelsphäre befindlichen Beobachtungsmarke gemessen werden kann. Die auf der Beobachtung der Erddrehung gegenüber der Sonnenstellung beruhende Zeit heißt Sonnenzeit. Wegen der Elliptizität der Erdbahn und der Schiefe der Ekliptik schreitet die Rektaszension der wahren Sonne mit ungleichförmiger Geschwindigkeit fort. Die „wahre Sonne“

war also als Grundlage einer gleichförmigen Zeitmessung wenig geeignet.

So dachte man sich die wahre Sonne durch eine fiktive, sogenannte „mittlere Sonne“ ersetzt. Ihr Winkel sollte sich nach den ihr als Definitions- und rechnungsgrundlage auferlegten Bedingungen gleichförmig ändern und gibt, multipliziert mit dem konstanten Proportionalitätsfaktor $\frac{12}{\pi} h$, die mittlere Sonnenzeit am Beobachtungsort an. Die Periodendauer der Erdrotation in der Skala der mittleren Sonnenzeit ist der mittlere Sonnentag; sein 86400-Teil, mittlere Sonnensekunde oder auch einfach Sekunde genannt, diente bis vor kurzem in der Physik als Grundeinheit des Zeitintervalls. Die auf den Meridian von Greenwich bezogene mittlere Sonnenzeit wurde als Weltzeit eingeführt und wird mit UT bezeichnet. Sie ergibt sich statistisch aus den Beobachtungen der Erdrotation an verschiedenen Beobachtungsorten ohne besondere Korrekturen.

Definition der Zeiteinheit aus der Erdrevolution — Ephemeridenzeit-Sekunde der Internationalen Astronomischen Union als Zeiteinheit im Rahmen der Metrokonvention

Die Erdrotation hat sich jedoch als ein für heutige Anforderungen zu ungenaues Zeitnormal erwiesen.

Einmal liegt die Rotationsachse innerhalb der Erde nicht fest; ihre Pole wandern auf spiralförmigen Bahnen um eine mittlere Lage, was eine Schwankung der Meridiane durch den Beobachtungsort und damit eine geographischer Länge, gemessen gegen den durch Greenwich gehenden Meridian, zur Folge hat. Die Berücksichtigung der Polhöhen- und Polwanderung führt zur korrigierten Weltzeit UT₁, in der an verschiedenen Orten angestellte Beobachtungen miteinander verglichen werden können.

Weiter bewirkt die Flutreibung im System Erde-Mond-Sonne eine säkulare Abnahme der Erdrotationsfrequenz. Ferner unterliegt sie unregelmäßigen Schwankungen, die weitgehend Kontraktionen und Expansionen des gesamten Erdkörpers sowie globalen oder lokalen Schichtenverlagerungen zugeschrieben werden. Schließlich sind regelmäßige Schwankungen in der Umdrehungsperiode bekannt geworden, denen Periodendauern von 1 a, 0,5 a, 27,6 d und 13,6 d zugeordnet werden [33]. Hier ist die 1936 von SCHERER und ADELSBERGER über die Quarzuhren der PTB entdeckte jahreszeitliche Variation der Erdrotationsfrequenz zu nennen, die Periodendauern von einem und einem halben Jahr aufweist [34]. Diesem Effekt wird seit 1956 in der Weltzeitskala durch ein weiteres Korrekturglied Rechnung getragen, um das sich die zweifach korrigierte Weltzeit UT₂ von UT₁ unterscheidet [35]. Die geophysikalisch interessante Frage, wie weit lokale Schwankungen von Phase oder Amplitude in der jahreszeitlichen Variation, die in UT₂ durch ein global gemitteltes Korrekturglied eliminiert wird, auftreten, ist inzwischen auch aufgegriffen worden; zu ihrer Klärung bedarf es über längere Zeiträume sehr genauer astronomischer Beobachtungen gegenüber einem unabhängigen Frequenzetalon hoher Stabilität.

Wegen der Unvollkommenheit ihrer Gleichförmigkeit wurde die Erdrotation als das die Zeiteinheit

rierende Normal von der Internationalen Astronomischen Union 1952 im Prinzip aufgegeben, und zugunsten der Erdrevolution, d.h. des jährlichen Laufes der Erde um die Sonne [36].

Als 1954 die 10. Generalkonferenz für Maß und Gewicht über die Definition der Sekunde als Basisheit der Zeit im Rahmen der Meterkonvention schluß fassen wollte, waren bei den Astronomen einige Fragen zur zweckmäßigen Formulierung der neuen Sekunde offen, so daß die Generalkonferenz dem Internationalen Komitee Vollmacht zur Festsetzung der Sekunde-Definition geben konnte [37]. In Klärung der ausstehenden Probleme mit der Internationalen Astronomischen Union [38] konnte das Internationale Komitee 1956 dem ihm von der Generalkonferenz erteilten Auftrage nachkommen [39]: Die Sekunde wurde definiert als der 31 556 925,974 77 teile des tropischen Jahres, und zwar des tropischen Jahres in der Epoche 1900, Januar 0,0, 12 Uhr Ephemeridenzeit¹ — d.h. im Zeitpunkt des Beginns der Newcombschen Sonnentafeln [40].

Der neuen Zeitskala gab die Internationale Astronomische Union den Namen Ephemeridenzeit [36], verkürzt ET, da sie die unabhängige Variable in den Himmels-, Mond- und Planetentheorien darstellt [41]. Die Ephemeridenzeit ist die derzeit beste Realisierung der Newtonschen Inertialzeit.

In die Weltzeit gehen die Erdrotation und die Bewegung der Sonne um die Erde ein; die Funktion der Weltzeit aufgestellten Sonnen-, Mond- und Planetentafeln stimmen nicht mit den Beobachtungen überein. Dagegen zeigte sich, daß die aus der Himmelsmechanik berechneten Ephemeriden der verschiedenen Himmelskörper mit den Beobachtungen in Einklang bringen lassen, wenn man aus ihnen die Erdrotation, d.h. den ungleichen Zeitwinkel der mittleren Sonne eliminiert. Allerdings blieb dabei noch das empirische Reibungs- und der Brownschen Mondtafeln [42] übrig, das durch eine Korrektur in die mittlere Mondlänge bezogen werden kann [36], [41].

Um eine einheitliche Zeitskala für die Ephemeriden der verschiedenen Himmelskörper zu gewinnen, änderte man [43] die Brownschen Mondtafeln; dagegen werden die Newcombschen Sonnentafeln [40] als unveränderlich erklärt. Hierdurch ist unter anderem in der Newcombschen Formel für die mittlere Sonnenlänge L_{\odot} (bezogen auf den momentanen mittleren Ährlingspunkt)

$$L_{\odot}(T) = a + bT + cT^2$$

der Koeffizient b des in der Zeit linearen Gliedes als nicht mehr revidierbare Konstante festgesetzt worden: $b = 129\,602\,768,13$ Winkelsekunden/julianisches Jahrhundert².

Da die Zeitdauer, während derer die mittlere Sonnenlänge um 360° zunimmt, das tropische Jahr a_{tr} definiert, wird das tropische Jahr im Beginn der Zeitrechnung der Newcombschen Tafeln ($T=0$) gerade durch den Koeffizienten b der Newcombschen Formel

in bürgerlicher Zeitrechnung entspricht dieser Epoche ist der 31. Dezember 1899, 12 Uhr mittags nach der Sonnenzeit in Greenwich.

Ein julianisches Jahrhundert ist definiert als $36525d = 31\,557\,600s$; 360 Winkelgrade $= 1,296 \cdot 10^6$ Winkelsekunden.

für die mittlere Sonnenlänge bestimmt:

$$\begin{aligned} a_{tr}(T=0) &= \frac{360^\circ}{(dL_{\odot}/dT)_{T=0}} = \frac{360^\circ}{b} \\ &= \frac{4,089\,864\,96}{1,296\,027\,681\,3} \cdot 10^7 s \approx 31\,556\,925,974\,7 s. \end{aligned}$$

Die Neudefinition der Sekunde ist also mit der Sakrosankt-Erklärung der Newcomb-Tafeln für die Sonnenephemeriden vollständig äquivalent. Während die Ephemeridenzeit theoretisch über die Newcombschen Sonnentafeln definiert ist, wird sie praktisch aus Beobachtungen über die verbesserten und mit den Sonnenephemeriden in Übereinstimmung gebrachten Mondtafeln bestimmt [44].

Die Differenz Ephemeridenzeit minus Weltzeit, die aus dem Vergleich der Ephemeridenzeit tabellierten Positionen von geeigneten Himmelskörpern mit ihren in Weltzeit beobachteten abgeleitet wird, ist selbst wieder eine Funktion der Zeit. Das heißt, eine nach Weltzeit gehende Uhr zeigt gegenüber einer nach Ephemeridenzeit gehenden Uhr nicht nur einen abweichenden Stand sondern auch einen unterschiedlichen Gang. Die zeitlich variierende Intervalleinheit Sekunde der Weltzeit und die als unveränderlich definierte Sekunde der Internationalen Astronomischen Union und der Meterkonvention laufen also auseinander. Das gleiche gilt für die zur Sekunde reziproken Frequenzeinheiten: Die Zahlenwerte einer bestimmten Frequenz, einmal gemessen in reziproken Weltzeit-Sekunden und zum anderen bezogen auf reziproke Ephemeridenzeit-Sekunden, weichen voneinander ab.

Weiter wäre die mit astronomischen Mitteln zu erreichende Genauigkeit in der Realisierung der Ephemeridenzeit durch ein Beispiel zu charakterisieren. Wenn die Position des Mondes zu jeder Zeit mit einer zeitlichen Unsicherheit < 100 ms beobachtet werden kann, ist mit den üblichen astronomischen Beobachtungsinstrumenten noch ein Zeitraum von mehreren Jahren erforderlich, um für die Festlegung der Zeitintervalleinheit Sekunde eine relative Unsicherheit $\leq 10^{-9}$ zu erreichen; auch bei Benutzung neu entwickelter Geräte, beispielsweise der dual-rate moon position camera von MARKOWITZ [45], scheint diese Verzögerung sich nicht um Größenordnungen herabsetzen zu lassen. Hinzu kommen Zweifel, die von astronomischer Seite an der Zuverlässigkeit einiger Terme der Brownschen Mondtheorie geäußert werden und die möglicherweise eine Revision der Theorie erforderlich machen [46].

Ableitung einer Zeitintervalleinheit aus Resonanzfrequenzen von Atomen und Molekülen — Cäsium-Atomstrahl-Resonator, Ammoniak-Maser, Gaszellen-Resonator

Offensichtlich war die Gesamtsituation äußerst unbefriedigend für die Physik. So mußte sie nach anderen Wegen suchen, um zu einem ihren Genauigkeitsanforderungen genügenden und praktisch momentan realisierbaren Zeitmaß zu gelangen. Bei periodisch wiederkehrenden Erscheinungen oder physikalischen Vorgängen, die nach einer periodischen Zeitfunktion verlaufen, bietet sich als Intervallmaß die Periodendauer des Vorganges an. Auf die zu ihr reziproke Größe Frequenz kann man in gleicher Weise die Definition einer Zeitintervalleinheit gründen.

Genau wie bei der Festsetzung der metrischen Längeneinheit hat man sich auch für die Frequenz- oder Zeitintervalleinheit nach einem natürlichen Maß umgesehen, das nach unserer heutigen physikalischen Kenntnis und Auffassung von äußeren Einflüssen unabhängig und konstant ist. Als ein solches unveränderliches Naturmaß sind die Eigenfrequenzen ungestörter Atome und Moleküle zu betrachten. Dieser Gedanke wird noch durch die Tatsache unterstützt, daß inzwischen die Experimentiertechnik in der Frequenzherstellung und -messung einen so hohen Stand erreicht hat, daß der Vergleich von atomaren oder molekularen Resonanzfrequenzen untereinander viel genauer und schneller möglich ist als der Anschluß solcher Frequenzen an die Zeitintervalleinheiten der Astronomie; dabei lassen sich die Intervalleinheiten der astronomischen Zeitskalen nicht unmittelbar messen, sondern müssen aus den Beobachtungen von Sternposition und Uhrstand erst durch Differentiation ermittelt werden. Von solchen Überlegungen ausgehend hat eine Entwicklung begonnen, die unter dem Namen „Atomuhr“ oder „Moleküluhr“ bereits ein von zahlreichen wissenschaftlichen und technischen Institutionen verschiedener Länder getragenes Programm geworden ist.

Im Mittelpunkt des Interesses stehen heute der „Cäsium-Atomstrahl-Resonator“, der „Ammoniak-Maser“ und der „Gaszellen-Resonator“.

Die erste Anregung, zur Realisierung einer Frequenz- und Zeitintervalleinheit Atomstrahl-Resonatoren zu entwickeln, geht wohl auf RABI [47] zurück. Sie arbeiten nach der Rabischen Doppelablenkungsmethode mit zwei inhomogenen Magnetfeldern, zwischen denen das magnetische Resonanzatom meist in zwei Ramseyschen [48] Hohlraumresonatoren angeordnet wird. Beim Cäsium-Resonator [49] dient als Resonanzfrequenz die Frequenz, die der Hyperfeinstrukturaufspaltung, und zwar dem Übergang zwischen den Zeeman-Termen $m_F = 0$ und $m_F = 0$ im Grenzfall verschwindenden Magnetfeldes des Cäsiumatoms mit dem Kernspin $7/2 \hbar$ entspricht und in der Nähe von 9,2 GHz* liegt.

Das amerikanische Kunstwort „Maser“ ist eine Abkürzung für *microwave amplification by stimulated emission of radiation*. Beim Ammoniak-Maser bedient man sich als Resonanzfrequenz der Frequenz, die der Termdifferenz zweier Inversionszustände des Ammoniakmoleküls entspricht und für den Rotationsterm $J = K = 3$ in der Nähe von 23,9 GHz** liegt. Die 3,3-Inversionslinie des NH_3 wurde schon 1934 von CLETON und WILLIAMS in Absorption gemessen [52] und später genauer untersucht [53]. Frequenznormale

* Bezogen auf reziproke Ephemeridenzeit-Sekunden = Hz_{ET} , hat die Resonanzfrequenz des Cäsium-Atomstrahl-Resonators im National Physical Laboratory (NPL), Teddington, im Grenzfall verschwindenden Magnetfeldes nach den letzten Angaben [50] den Wert $f_{\text{Cs}} = (9192631770 \pm 20) \text{ Hz}_{\text{ET}}$ ($\pm 20 \text{ Hz}_{\text{ET}}$: wahrscheinlicher Fehler für den Anschluß an ET in der Epoche 1957,0).

** Bezogen auf reziproke Ephemeridenzeit-Sekunden = Hz_{ET} , hat die Resonanzfrequenz des Ammoniak-Masers im Laboratoire Suisse de Recherches Horlogères (LSRH), Neuchâtel, nach den letzten Angaben [51] den Wert $f_{\text{NH}_3} = (23870128879 \pm 50 \pm 6) \text{ Hz}_{\text{ET}}$ ($\pm 50 \text{ Hz}_{\text{ET}}$: Unsicherheit der ET-Bestimmung; $\pm 6 \text{ Hz}_{\text{ET}}$: Unsicherheit im Vergleich zwischen LSRH-Maser und NPL-Cs-Resonator).

wurden zunächst nach dem Prinzip der NH_3 -Absorptionszelle entwickelt [54]; jedoch ließ sich die Halbwertsbreite der Resonanzlinie, die hier durch das Zusammenwirken von Doppler-Effekt, Stoßverbreiterung und Sättigungsverbreiterung bedingt wird, nicht auf das für einen physikalischen Frequenzetalon erforderliche Maß herabdrücken. Das Maser-Prinzip wurde von BASOV und PROKHOROV [55] vorgeschlagen sowie gleichzeitig und unabhängig von TOWNES und Mitarbeitern entwickelt [56]. Im inhomogenen elektrischen Feld eines Separators werden die Ammoniakmoleküle im oberen Inversionszustand von den unteren Inversionszustand befindlichen abgetrennt und in einen auf die Inversionsfrequenz abgestimmten Hohlraumresonator fokussiert. Durch spontane Übergänge in den tieferen Zustand baut sich im Hohlraum ein Strahlungsfeld in der Inversionsfrequenz auf, bei den nachfolgenden Ammoniakmolekülen eine zwangene kohärente Emission aus dem oberen Inversionszustand bewirkt und den Hohlraum zu einem Resonanzoszillator macht, dem die für Meß- und Steuerzwecke erforderlichen Leistungen entnommen werden können.

Im Gaszellen-Resonator, der auf Anregungen von Dicke [57] zurückgeht, wird auch die Hyperfeinstrukturaufspaltung eines Alkaliatoms als Resonanzübergang benutzt, der beispielsweise für ^{87}Rb mit dem Kernspin $3/2 \hbar$ in der Nähe von 6,8 GHz liegt; Resonanzfrequenzen der Hyperfeinstrukturaufspaltung von ^{23}Na (Kernspin $3/2 \hbar$) und ^{133}Cs (Kernspin $7/2 \hbar$) betragen etwa 1,8 und 9,2 GHz. Um den durch den Doppler-Effekt hervorgerufenen Anteil der Linienbreite soweit als möglich herabzusetzen, sind die geschmolzenen Gaszellen mit einem nicht-magnetischen Puffergas, beispielsweise Argon, Helium, Neon oder Stickstoff, von größenordnungsmäßig 1 bis 10 Torr Druck gefüllt [57], [58]; sie werden bei Temperaturerhalten betrieben, bei denen der Alkali-Partialdruck sehr gering ist und in der Größenordnung von 10^{-7} bis 10^{-6} Torr liegt. Beim Gaszellen-Resonator werden im Gegensatz zur Rabischen Methode nicht die in beiden Hyperfeinstruktur-Niveaus des Grundzustandes befindlichen Atome getrennt; vielmehr reicht man nach dem Kastlerschen [59] Prinzip der „optischen Lichtpumpe“ Atome in einem der beiden Niveaus an. Die bisher durchgeführten Versuche lassen eine hohe Stabilität $f/\Delta f$ der Resonanzfrequenz von Gaszellen-Resonatoren über längere Zeiten erwarten, die der von Atomstrahl-Resonatoren und Masern erreichten in der Größenordnung 10^{10} nicht nachstehen dürfte [60]. Hierfür spielen optische Nachweismethoden der frequenzunabhängigen Komponente des Hyperfeinstrukturüberganges, die auch unter der Bezeichnung „hyperfine pumping“ zusammengefaßt werden [61], eine wichtige Rolle. Gaszellen-Resonatoren erfordern wegen der tiefen Temperaturen noch ein Vakuum-System neben der Atom- oder Molekularstrahlanordnungen und werden daher bereits in ihrem heutigen Entwicklungsstadium als ernsthafte Konkurrenten der beiden anderen Resonatortypen besondere Beachtung.

Im Rahmen dieser allgemeinen Übersicht kann man die Unvollkommenheiten oder Schwierigkeiten, die bei solchen Atom- oder Molekül-Resonatoren noch bestehen, sowie die zu ihrer Überwindung laufenden Untersuchungen nicht im einzelnen eingangs behandeln [62]. Die Entwicklung befindet sich überdies noch in vollem Fluß. Übrigens erscheint es nicht a

geschlossen, daß experimentelle Prüfungen der allgemeinen Relativitätstheorie über atomare Frequenzmessungen auch durch Versuche auf der Erde möglich werden [63].

Internationale Zusammenarbeit zur Schaffung eines atomaren oder molekularen Frequenz-Etalons — „Atomzeit“ — Sekunde als physikalisches Naturmaß

Gleichzeitig mit seinem Beschluß vom Jahre 1956 zur Definition der Sekunde hatte das Internationale Komitee für Maß und Gewicht [64] ein Comité Consultatif pour la Définition de la Seconde ins Leben gerufen; es soll die Forschungsarbeiten, die zur Definition der Zeiteinheit aus physikalischen Phänomenen erforderlich sind, intensivieren und koordinieren. In den Untersuchungen beteiligen sich zahlreiche Staatsinstitute, unter ihnen auch die Bundesanstalt; es werden unter Anwendung spezieller Funktions- und Konstruktionsprinzipien, die in Voruntersuchungen entwickelt wurden, im ersten Programmschnitt ein Cäsium-Atomstrahl-Resonator und ein Ammoniak-Laser fertiggestellt [65].

Bei seiner ersten Sitzungsperiode ist das neue internationale Consultatif [66] nach eingehender Diskussion der Ergebnisse zu dem Schluß gekommen, daß irgendwelche Festlegungen, ja selbst Empfehlungen provisorischer Werte für Resonanzfrequenzen noch verfrüht sind. Statt dessen hat das Komitee die an dem Gesamtprogramm mitwirkenden Laboratorien zur Belebung und Vertiefung der Arbeit und zum weltweiten Vergleich ihrer Atom- und Molekül-Resonatoren aufgerufen.

Bei solchen Vergleichsmessungen spielen als Kontroll- und Übertragungsorgan Quarzuhren eine besondere Rolle, an deren Entwicklung zu Frequenznormalen hoher Präzision PTR und PTB entscheidenden Anteil hatten. Neuerdings wurden mit der Quarzengruppe der Bundesanstalt über die Normalfrequenzausstrahlungen des englischen Senders MSF und des amerikanischen Senders WWV relative Frequenzschwankungen bis zu einigen 10^{-9} festgestellt, die als Abweichungen der Normalfrequenz des Senders MSF, die durch regelmäßigen Anschluß an einen Cäsiumresonator im National Physical Laboratory irrigiert wird, interpretiert werden [67].

In enger Zusammenarbeit aller Institute müssen vielfältige Vergleichsmessungen mit möglichst vielen Mustern von Resonatoren des gleichen Typs unter sich und gegenüber solchen anderer Wirkungsweise wie Langlaufversuche durchgeführt werden [68]. Ebenso sind laufende Anschlüsse der Normalfrequenzen der Atom- und Molekülresonatoren an die Weltzeit UT₂ sowie die Ephemeridenzeit ET erforderlich [69]. Nur auf diese Weise können eindeutige Ergebnisse erzielt und heute noch offene Fragen mit der Sicherheit entschieden werden, die eines Tages Auswahl und Festsetzung eines atomaren oder molekularen Resonanzüberganges als Basis für die Definition der Sekunde gestattet, die als Naturmaß im Sinne der heutigen Physik gelten kann.

Die Integration von Zeitintervallen, gemessen in einem solchen Naturmaß, führt auch zu einer neuen Zeitskala, die bereits heute nicht sehr glücklich als „Atomzeit“, abgekürzt AT, bezeichnet wird; die zeitliche Integration wird nicht über den Dauerbetrieb

eines atomaren oder molekularen Resonators durchgeführt, sondern basiert auf dem Gang von Quarzuhren hoher Präzision und Stabilität, deren Frequenz in kleineren oder größeren Zeitabständen vom Resonator kontrolliert wird. Nach internationaler Vereinbarung eines atomaren oder molekularen Frequenzetalons würden dann drei Zeitskalen nebeneinander bestehen: die Weltzeit UT, die Ephemeridenzeit ET und die Atomzeit AT.

Die Weltzeit wird man wahrscheinlich nicht entbehren können, zumindest nicht im bürgerlichen Leben; beispielsweise könnten bei einer Umstellung des Kalenders auf Ephemeridenzeit wegen des Auseinanderlaufens von Weltzeit und Ephemeridenzeit Schwierigkeiten entstehen. Auch werden Vorausberechnungen für die Beobachtung von Sonnen- oder Mondfinsternissen und Sternverdeckungen oder für die Bahnen neuentdeckter Sterne sowie die nautischen Jahrbücher nach wie vor in Weltzeit angegeben [41], die nun einmal dem direkt an die Erddrotation gebundenen Zeitwinkel proportional und hier das adäquate Zeitmaß ist. Ebenso werden sich Geodäsie und Nautik für ihre praktischen Messungen auch in Zukunft an die Weltzeit anschließen.

Eine Reduzierung der Anzahl der Zeitskalen würde wohl nur möglich, wenn durch eine Vereinbarung zwischen Astronomie und Physik Ephemeridenzeit und Atomzeit in sinnvoller Weise aufeinander bezogen werden. Eine entscheidende Voraussetzung hierfür ist folgende: Für den atomaren oder molekularen Resonanzübergang ist der Zahlenwert der Resonanzfrequenz in reziproken Sekunden oder Hertz so festzusetzen, daß die auf dieser Basis definierte Sekunde mit der Ephemeridenzeit-Sekunde übereinstimmt. Diese Voraussetzung ist völlig analog der Randbedingung, die zuvor für das Verhältnis zwischen Wellenlängenmeter und Angström erwähnt wurde. Hier zeichnet sich eine Aufgabe ab, die nur in enger Zusammenarbeit zwischen den Gremien der Meterkonvention und der Internationalen Astronomischen Union zu lösen ist. Im übrigen sollte den astronomischen Observatorien die Sorge für die Ephemeriden- und Weltzeitskala einschließlich des Zeitdienstes überlassen bleiben, während die Staatsinstitute das Hertz und die Sekunde zu realisieren und damit auch die Basis für den Normalfrequenz- und Zeitmeßmarkendienst zu bewahren hätten.

In Deutschland wird eine solche Aufgaben- und Arbeitsteilung bereits praktiziert. Das Deutsche Hydrographische Institut besorgt den Zeitdienst, die Physikalisch-Technische Bundesanstalt den Normalfrequenzdienst. Zeitsignale sowie Normalfrequenzen und Zeitmeßmarken werden in Zusammenarbeit mit dem Fernmeldetechnischen Zentralamt vom Sender DCF 77 der Deutschen Bundespost in Mainflingen mit der von Quarzuhren der Bundesanstalt gesteuerten Trägerfrequenz 77,5 kHz regelmäßig ausgestrahlt [70].

Zusammenfassung

Zusammenfassend läßt sich also folgendes feststellen: Die Definition der metrischen Längeneinheit als Naturmaß sowie ihre Realisierung und Anwendung bei Längenmessungen aller Art sind in das Schlußstadium ihrer Sanktionierung im Rahmen der Meterkonvention eingetreten. Hierzu haben langjährige

Forschungs- und Entwicklungsarbeiten in PTR und PTB Entscheidendes beigetragen und für die Auswahl des atomaren Etalons den Ausschlag gegeben. Umgekehrt befindet sich das analoge Problem für die Zeitintervalleinheit Sekunde noch in den Anfangsphasen seiner Entwicklung. Hier ist den Staatsinstituten und damit auch der Bundesanstalt wieder eine fundamentale Aufgabe gestellt, deren Lösung intuitive und zielsichere Arbeit und den Einsatz der besten erreichbaren meßtechnischen Mittel erfordert. Die bisher gewonnenen Resultate ermutigen zu intensiver Weiterarbeit auf den verschiedenen eingeschlagenen Wegen und berechtigen zu der Hoffnung, daß eines Tages sich auch die Zeitmessung auf ein sicheres physikalisches Naturmaß, repräsentiert durch einen atomaren Etalon, stützen kann.

- Literatur:** [1] STILLE, U.: Messen und Rechnen in der Physik. Braunschweig 1955. — [2] STILLE, U.: Z. VDI 91, 617 (1949). — Elektrotechn. u. Masch.-Bau 74, 25 (1957). — [3] *Loi de la République Française relative aux poids et mesures*, du 18 germinal de l'an III. (7. 4. 1795): Bull. Lois Républ. Franç., sér. I, tome 4 (an III.), no. 135, S. 1. — [4] MÉCHAIN und DELAMBRE: Base du Système Métrique Décimal, ou Mesure de l'Arc Méridien, tome III, S. 101. Paris 1810. — [5] Siehe MÉCHAIN u. DELAMBRE: l. c., S. 642. — [6] *International Union of Geodesy and Geophysics*: Bull. géod. internat., no. 7, Juli bis Sept. 1925, S. 552. — BERTHO, A.: Z. Geophys. 18, 42 (1943). — STILLE, U.: Messen und Rechnen in der Physik, S. 47. Braunschweig 1955. — [7] 4 messidor de l'an VII. (22. 6. 1799); siehe MÉCHAIN u. DELAMBRE: l. c., S. 654. — [8] *Loi de la République Française qui fixe définitivement la valeur du mètre et du kilogramme*, du 19 frimaire de l'an VIII. (10. 12. 1799): Bull. Lois Républ. Franç., sér. II, tome 9, no. 334, S. 13. — [9] *Internationale Meterkonvention* vom 20. Mai 1875: RGBl. 1876, S. 191. — [10] *Conférence Générale des Poids et Mesures*: C. R. 1. Conf. gén. Poids Mes., Paris 1889 (1890), S. 36, 39 u. 42. — [11] BABINET, J.: Ann. Chim. Phys. 40, 177 (1829). — [12] MICHELSON, A. A., et R. BENÖIT: Trav. Mém. Bur. internat. Poids Mes. 11, 3 (1895). — [13] BENÖIT, J. R., CH. FABRY et A. PEROT: C. R. Acad. Sci., Paris 144, 1082 (1907). — Trav. Mém. Bur. internat. Poids Mes. 15, 3 (1913). — [14] *International Union for Co-operation in Solar Research*: Trans. internat. Un. Coop. Solar Res. 2, 20 (1908). — [15] z. B. KÖSTERS, W.: Handbuch der physikalischen Optik, Bd. I, S. 471. 1927. — Werkstattstechn. 32, 527 (1938). — KÖSTERS, W., et P. LAMPE: C. R. 8. Conf. gén. Poids Mes., Paris 1933 (1934), S. 79. — Trav. Mém. Bur. internat. Poids Mes. 19, 79 (1934). — Phys. Z. 35, 223 (1934); 37, 285 (1936). — KÖSTERS, W., u. J. E. SPARS: Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. 2, 17, 113 (1935). — KÖSTERS, W., P. LAMPE u. E. ENGELHARD: Phys. Z. 39, 245 (1938). — KÖSTERS, W., u. E. ENGELHARD: Phys. Z. 40, 248 (1939). — Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 22, 137 (1950). — [16] z. B. ENGELHARD, E.: Phys. Verh. 7, 116 (1951). — Proc. Symp. Nat. Phys. Labor. on Recent Developments and Techniques in the Maintenance of Standards, London 1952, S. 13. — Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 26B, M54, M58, M62, M70 (1958). — Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 5 (1958); 10, 1958, T. 1, 5 (1959). — Proc. Symp. on Interferometry, London 1959 (im Druck). — ENGELHARD, E., u. F. BAYER-HELMS: Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 26B, M66 (1958). — Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 5 (1958). — [17] CLUZIUS, K., u. G. DICKEL: Naturwiss. 26, 546 (1938). — Z. phys. Chem. B 52, 348 (1942). — [18] ENGELHARD, E.: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 3, 82 (1952). — Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 23A, 165 (1953). — Z. Instrumentenkd. 67, 59 (1959). — [19] ENGELHARD, E.: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 6, 1954, T. 1, 6 (1955); 7, 1955, T. 1, 4 (1956). — Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 26B, M51 (1958). — Nat. Bur. Stand., Washington, Circular 581, S. 1 (1957). — [20] *Conférence Générale des Poids et Mesures*: C. R. 9. Conf. gén. Poids Mes., Paris 1948 (1949), S. 44. — [21] *Conférence Générale des Poids et Mesures*: C. R. 10. Conf. gén. Poids Mes., Paris 1954 (1955), S. 78. — [22] Siehe z. B. folgende Berichte in Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 26B (1958): GARDNER, I. C.: S. M73. CLARK, J. S., L. F. WILSON u. H. BARR, S. M76. BARRELL, H.: S. M80. BATARCHOUKOWA, N. S. M90. ROMANOVA, M. F.: S. M87. KARTACHEV, A. S. M92. BRJESINSKI, M. L., u. N. TROFIMOVA: S. M95. CHINA, O., u. F. ALEXEEVA: S. M100. *Central Inspection Institute of Weights and Measures (Japan)*: S. M102. BAIRD, K. M.: S. M107 u. M124. BAIRD, K. M. u. D. S. SMITH: M111, M121 u. M129. TERRIEN, J.: S. M130, M131, M172. MASUI, T., J. TERRIEN u. J. HAMON: S. M172. *National Standards Laboratory (Australie)*: S. M173. — [23] *Misité Consultatif pour la Définition du Mètre*: Proc. Verb. internat. Poids Mes. (2) 26B, M30, M32 (1958). — [24] *International des Poids et Mesures*: Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 27A (1959) (im Druck). — [25] ENGELHARD: Proc. Symp. on Interferometry, London 1959 (im Druck). — [26] ENGELHARD, E.: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 1958, T. 1, 10 (1959). — [27] BAYER-HELMS, F.: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 10, 1958, T. 1, 6 (1959). — DÜHMKE, M.: Phys. Verh. 8, 134 (1957). — Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 10 (1958); 10, 1958, T. 1, 10 (1959). — [29] DÜHMKE, M.: Phys. Verh. 8, 134 (1957). — Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 11 (1958); 10, 1958, T. 1, 8 (1959). — [30] DÜHMKE, M., u. H. BÖHM: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 10 (1958). — BÖHME, H.: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 10, 1958, T. 1, 8 (1959). — [31] HOFFROGGE, CHR., u. C. KLETT: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 9, 1957, T. 1, 11 (1958). — HOFFROGGE, CHR., u. H. RUMMERT: Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst. 10, 1958, T. 1, 9 (1959). — [32] HOFFROGGE, C. Microtecnic 10, 244 (1956). — [33] MARKOWITZ, W.: *Ad. Phys. J.* 60, 171 (1955). — [34] SCHEIBE, A., u. U. ADAMBERGER: Phys. Z. 37, 185 (1936). — Z. Physik 127, 416 (1951). — [35] *International Astronomical Union*: Trans. Internat. Astron. Un. 9, 73 (1957). — *Bureau International de l'Heure*: Bull. hor. Bur. internat. Heure, sér. no. 4, 77 (1955). — [36] *International Astronomical Union*: Trans. Internat. Astron. Un. 8, 66, 68, 88 (1954). — [37] *Conférence Générale des Poids et Mesures*: C. R. 10. Conf. Poids Mes., Paris 1954 (1955), S. 80. — [38] DANJON, Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 24, 97, 119 (1955). — C. R. 10. Conf. gén. Poids Mes., Paris 1954 (1955), S. 691. — Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 25, 95 (1957). — *International Astronomical Union*: Trans. Internat. Astron. Un. 9, 72, 451 (1957); 10, (1960) (im Druck). — [39] *Conférence Internationale des Poids et Mesures*: Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 25, 77 (1957). — [40] NEWCOMB, S.: *Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*, Vol. VI (I Tables of the Sun). Washington 1895. — [41] Joint Supplementary Report of (British) *Nautical Almanac Office* and the *Office of the American Ephemeris*: Trans. Internat. Astron. Un. 8, 89 (1954). — [42] E. W. BROWN's Tables of the Motion of the Moon, 1. Haven 1919. — BROWN, E. W.: Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Bd. VI/2, S. 677. 1905–1923. — HAROLD SPENCER JONES: *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, London 99, 541 (1939). — [43] *Nautical Almanac Offices of the United States of America and the United Kingdom*: Improved Lunar Ephemeris 1952–1959, Joint Supplement to the American Ephemeris and the (British) Nautical Almanac, Washington 1954. — [44] SPENCER JONES, H.: *Nat. Lond.* 176, 669 (1955). — *Sub-Committee of Commission of the IAU*: Trans. Internat. Astron. Un. 9, 454, 456, (1957). — [45] MARKOWITZ, W.: *Astrophys. J.* 59, 69 (1954). — [46] *Sous-Comité du Comité Consultatif pour la Définition la Seconde*: Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes. (2) 25, S16, S29 (1958). — [47] RABI, I. I.: *Richtmyer Lectures* the Amer. Physic. Soc., New York 1945. — [48] RAMSEY, N. Phys. Rev. (2) 78, 695 (1950). — [49] z. B. KUSCH, P.: *Phys. Rev.* (2) 76, 161 (1949). — LYONS, H.: *Proc. R. Gen. internat. sci. Radio Un.* 8, Pt. II, S. 47 (1950). — *Nat. Stand.*, Washington, Techn. Rep. 1320. — *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 55, 831 (1952). — SHERWOOD, J. E., H. LYONS, R. McCracken and P. KUSCH: *Bull. Amer. Phys. Soc.* 27, (1952). — ZACHARIAS, J. R., J. G. YATES and J. G. H. Quart. Rep. Electronics (M.I.T.), 15 October, 1954, S. 30. *Proc. Inst. Radio Eng.* 43, 364 (1955). — ESSEN, L., J. V. L. PARRY: *Nature, Lond.* 176, 280 (1955); 177, (1956). — *Phil. Trans. Roy. Soc., Lond.* A 250, 45 (1957). — [50] MARKOWITZ, W., R. G. HALL, L. ESSEN and J. V. PARRY: *Phys. Rev. Letters* 1, 105 (1958). — [51] DE PRINS u. P. KARTASCHOFF: *Techn. Mitt PIT* 37, 10 (1959). — [52] CLETON, C. E., and N. H. WILLIAMS: *Phys. Rev.*

234 (1934). — [53] z.B. BLEARY, B., and R.P. PENROE: *Nature*, Lond. **157**, 339 (1946). — Good, W.E.: *Phys. Rev.* **59**, 539 (1946). — Townes, C.H.: *Phys. Rev.* (2) **70**, 665 (1952). — [54] z.B. TOWNES, C.H., A.N. NOLDEN and F.R. HERT: *Phys. Rev.* (2) **74**, 1113 (1948). — HERSHBERGER, W., and L.F. NORTON: *RCA Rev.* **9**, 38 (1948). — LYONS, H.: *Phys. Rev.* (2) **74**, 1203 (1948). — *Electr. Eng.* **68**, 251 (1949). — J. *Horol. Inst. Amer.* **4**, March, S. 7 (1949). — Nat. Stand., Washington, *Techn. News Bull.* **33**, 17 (1949). — Gen. Ass. Internat. Sci. Radio Un. **8**, Pt. 2, 49 (1950). — N. Y. Acad. Sci. **55**, 831 (1952). — FLETCHER, E.W., and S.P. COOKE: *Craft Labor.*, Harvard Univ., *Techn. Rep.* **15**, 1948; *Techn. Rep.* No. 64, 1950. — Townes, C.H.: *J. Appl. Phys.* **22**, 1365 (1951). — MATSURA, K., Y. SUGIURA and H. HATAYAMA: *J. Phys. Soc. Japan* **12**, 314, 835 (1957). — *Phys. Rev.* (2) **106**, 607 (1957). — *Bull. electrotechn. Labor.* **21**, 612 (1957). — MATSURA, K.: *Bull. electrotechn. Labor.* **21**, 743 (1957). — TAKAHASHI, I.: *Phys. Rev.* **106**, 606 (1957). — TAKAHASHI, I., T. OGAWA, M. YAMANO, H. HIRAI and M. TAKEYAMA: *Rev. Sci. Instrum.* **27**, 731 (1956). — *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S61 (1958). — TAKAHASHI, I., T. OGAWA, M. YAMANO u. A. HIRAI: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S45 (1958). — TAKAHASHI, I., M. YAMANO u. H. HIRAI: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S57 (1958). — SHIMODA, K.: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S49, S52 (1958). — *J. Phys. Soc. Japan* **9**, 378, 567 (1954); **12**, 558 (1957). — MIYADI, M.: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* **26B**, S47 (1958). — HATAYAMA, M.: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S55 (1958). — SAWAZAKI, N., and H. HOMMA: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S9 (1958). — [55] BASOV, N.G., i A.M. PROKHOROV: *Zhurn. Exp. Theor. Fiz.* **27**, 431 (1954). — *Uspekhi Fis. Nauk* **40**, 1 (1955). — *Bull. Acad. Sci. USSR*, **101**, 1 (1955). — [56] GORDON, J.P., H. J. ZEIGER and C.H. TOWNES: *Phys. Rev.* (2) **95**, 282 (1954); **99**, 1264 (1955). — GORDON, J.P.: *Phys. Rev.* (2) **99**, 1253 (1955). — *Inst. Radio Eng. Trans.* **PGT-4**, 155 (1955). — SHIMODA, K., T.C. WANG and H. TOWNES: *Phys. Rev.* (2) **102**, 1308 (1956). — BONANOMI, J., u. J. HERRMANN: *Helv. phys. Acta* **29**, 224, 228 (1956). — BONANOMI, J., J. DE PRINS, J. HERRMANN, P. KARTASCHOFF u. J. ROSSEL: *Arch. Sci. phys. natur.*, Genève **10**, 1 (1957). — HELMER, J.C.: *J. Appl. Phys.* **28**, 212 (1957). — JONS, H.: *Sci. Amer.* **196**, 71 (1957). — [57] DICKE, R.H.: *Phys. Rev.* (2) **89**, 472 (1953). — 1955 IRE National Convention Record, Pt. I. — WITKE, P., and R.H. DICKE: *Phys. Rev.* (2) **96**, 530 (1954). — [58] DEHMELT, H.G.: *Phys. Rev.* **99**, 527 (1955); **105**, 1487, 1924 (1957). — ROBINSON, H.G., S. ENSBERG and H.G. DEHMELT: *Bull. Amer. Phys. Soc.* **9** (1958). — [59] z.B. KASTLER, A.: *J. Phys. Radium* **11**, 65 (1950). — *Physica*, Haag **17**, 191 (1951). — *Proc. Phys. Soc.*, London **A 67**, 853 (1954). — BROSEL, J., A. KASTLER, J. WINTER: *J. Phys. Radium* **13**, 668 (1952). — CAGNAC, J.: *Plôme d'études supérieures*, Paris E.N.S., 1953. — HAWKINS, W.B., and R.H. DICKE: *Phys. Rev.* (2) **91**, 1008 (1953). — HAWKINS, W.B.: *Phys. Rev.* (2) **98**, 478 (1955). — *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957. — BARRAT, J.P., J. BROSEL et A. KASTLER: *C. R. Acad. Sci.*, Paris **239**, 1196 (1954). — BROSEL, J., J. MARIE et A. KASTLER: *C. R. Acad. Sci.*, Paris **241**, 865 (1955). — REIDER, P.L.: Thesis, Princeton Univ. 1956. — COHEN-NUDDI, CL., J. BROSEL et A. KASTLER: *C. R. Acad. Sci.*, Paris **244**, 1027 (1957). — [60] z.B. CARVER, T.R.: *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957. — IRE Trans. **AP-5**, 164 (1957). — DALY, T., and J.H. HOLLOWAY: *IRE Trans.* **CS-5**, 25 (1957). — DALY, T., and T.R. CARVER: *Phys. Rev.* (2) **109**, 1012 (1958). — 1958 IRE National Convention Record, Pt. I, **3**. — BELL, W.E., and A.L. BLOOM: *Phys. Rev.* (2) **109**, 1012 (1958). — [61] BENDER, P.L., E.C. BEATY and A.R. CHI: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 593. — [62] z.B. CARVER, T.R.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 625. — KING, G.J., and J.R. ZACHARIAS: *Advanc. Electron.* **8**, 1 (1956). — KUSCH, P.: *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May,

1957, S. 373. — REIDER, R.H., and S. SOTH: *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957, S. 385. — MOCKLER, R.C.: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S38 (1958). — KALRA, S.N., R. BAILEY and H. DAAMS: *Canad. J. Phys.* **36**, 1442 (1958). — *Nature*, Lond. **183**, 575 (1959). — MCCOUBREY, A.O.: 1958 IRE National Convention Record, Pt. I, S. 10. — MAINBERGER, W.A., and A. ORENBERG: 1958 IRE National Convention Record, Pt. I, S. 14. — DALY, R.T.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 632. — KARTASCHOFF, P.: *Techn. Rdsch.*, Bern **50**, Nr. 25 v. 13. Juni (1958), 5. Blatt. — SHIMODA, K.: *J. Phys. Soc. Japan* **12**, 1006 (1957); **13**, 939 (1958). — BONANOMI, J., J. DE PRINS, J. HERRMANN u. P. KARTASCHOFF: *Helv. phys. Acta* **30**, 288, 290, 492 (1957); **31**, 285 (1958). — *Rev. Sci. Instrum.* **28**, 879 (1957). — HIGA, W.H.: *Rev. Sci. Instrum.* **28**, 726 (1957). — *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957, S. 352. — VONBUN, F.O.: *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957, S. 340. — STRANDBERG, M.W.P.: *Proc. 11. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 7–9 May, 1957, S. 324. — BONANOMI, J., J. DE PRINS u. J. HERRMANN: *Helv. phys. Acta* **31**, 282 (1958). — BONANOMI, J.A.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 538. — REIDER, F.H.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 517. — HIGA, W.H.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 551. — JOHNSON, S.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 569. — WELLS, W.H.: *J. Appl. Phys.* **29**, 715 (1958). — BEATY, E.C., and P.L. BENDER: *Bull. Amer. Phys. Soc.* **3**, 185 (1958). — ARDITI, H.: *Bull. Amer. Phys. Soc.* **3**, 185 (1958). — *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 606. — DEHMELT, H.G.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 577. — [63] Siehe z.B. MÖLLER, C.: *Nuovo Cim.* (10) **6**, Suppl. No. 1, 382 (1957). — [64] *Comité International des Poids et Mesures*: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **25**, 78 (1957). — [65] SCHEIBE, A., W. SCHAFFELD u. H. BAYER: *Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst.* **8**, 1956, T. 1, 8 (1957); **9**, 1957, T. 1, 9 (1958). — SCHAFFELD, W., u. H. BAYER: *Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst.* **10**, 1958, T. 1, 24 (1959). — BECKER, G.: *Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst.* **9**, 1957, T. 1, 9 (1958); **10**, 1958, T. 1, 8 (1959). — [66] *Comité Consultatif pour la Définition de la Seconde*: *Proc. Verb. Com. internat. Poids Mes.* (2) **26B**, S22, S24 (1958). — [67] SCHEIBE †, A., U. ADELSBERGER, G. BECKER, G. OHL u. R. SÜSS: *Z. Physik* 1959 (im Druck). — [68] Siehe z.B. ESSEN, L., J.V.L. PARRY and J.A. PIERCE: *Nature*, Lond. **180**, 526 (1957). — ESSEN, L., J.V.L. PARRY, J.H. HOLLOWAY, W.A. MAINBERGER, F.H. REIDER, and G.M.R. WINKLER: *Nature*, Lond. **182**, 41 (1958). — WINKLER, G.M.R.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 534. — MCCOUBREY, A.O.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 648. — ADELSBERGER, U., u. G. OHL: *Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst.* **10**, 1958, T. 1, 6 (1959). — BLASER, J.P., and J. BONANOMI: *Nature*, Lond. **182**, 859 (1958). — [69] Siehe z.B. ESSEN, L., J.V.L. PARRY, W.M. MARKOWITZ and R.G. HALL: *Nature*, Lond. **181**, 1054 (1958). — MARKOWITZ, W., R.G. HALL, L. ESSEN and J.V.L. PARRY: *Phys. Rev. Letters* **1**, 105 (1958). — BLASER, J.P., and J. DE PRINS: *Nature*, Lond. **182**, 859 (1958). — BONANOMI, J., J. DE PRINS, J. HERRMANN, P. KARTASCHOFF, J.P. BLASER, M. CAVEDON, R. PUYOT u. W. SCHULER: *Helv. phys. Acta* **31**, 278 (1958). — DE PRINS, J., u. P. KARTASCHOFF: *Techn. Mitt. PTT* **37**, 10 (1959). — BLASER, J.P., u. W. SCHULER: *Techn. Mitt. PTT* **37**, 14 (1959). — MARKOWITZ, W.M.: *Proc. 12. ann. Frequency Control Symp.*, Asbury Park, N.Y., 6–8 May, 1958, S. 665. — [70] ADELSBERGER, U., G. OHL u. R. SÜSS: *Wiss. Abh. phys.-tech. Bundesanst.* **10**, 1958, T. 1, 6 (1959). — ADELSBERGER, U.: *Nachr.-Techn. Z.* **12**, (1959) (im Druck).

Professor Dr. ULRICH STILLE,
Braunschweig,
Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Buchbesprechungen

Pollermann, M.: Bauelemente der physikalischen Technik. (Entwurf und Aufbau physikalischer Geräte für Forschung und Unterricht.) Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955. VIII, 276 S. u. 1048 Abb. Geb. DM 28.—

Das Buch enthält eine reiche Fülle von Erfahrungen bei der Konstruktion von Versuchsanordnungen für die experimentelle Physik. In mehreren Abschnitten werden unter anderem behandelt: Werkstoffe und ihre Bearbeitung, spezielle Vorrichtungen wie Verbindungen, Führungen, Feineinstellungen, Getriebe, Kupplungen, Schalt-, Regel- und Meßelemente (Skalen, Registriereinrichtungen) sowie vakuumtechnische, elektrische und strahlentechnische Bauelemente. Technisch hochspezialisierte Gebiete, z.B. Hochfrequenztechnik, werden nicht behandelt.

Bei den vielen konstruktiven Problemen, die experimentelle Forschungsarbeiten und Demonstrationsversuche für den Unterricht stellen, ist das Buch ein wertvoller Ratgeber. Auch den jungen Studenten, die noch wenig persönliche Erfahrung haben, wird es bei der Konstruktion von Apparaturen für Diplom- und Doktorarbeiten eine wichtige Hilfe sein, ein „gewußt wie“ in vielen Einzelfragen. Der praktische Wert des Buches wird noch erhöht durch Regeln für die Anfertigung von technischen Zeichnungen und Skizzen sowie ein Literatur- und Bezugsquellenverzeichnis. J.O. BRAND

Joos, G., und E. Schopper: Grundriß der Photographie und ihrer Anwendungen besonders in der Atomphysik. Frankfurt a.M.: Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H. 1958. 408 S. u. 271 Abb. im Text u. 1 Farbtitelbild. Geb. DM 48.—

Die Photographie ist zu einem wichtigen, in vielen Fällen unentbehrlichen Hilfsmittel der Forschung geworden. Jede erfolgreiche Anwendung setzt allerdings, besonders bei schwierigen und bisher noch nicht bearbeiteten Aufgaben, Kenntnisse der Grundlagen der Photographie voraus, die nicht leicht zu erwerben waren, da es an einem Buch fehlte, welches dieselben in konzentrierter Form unter Berücksichtigung der modernen Entwicklung vermitteln konnte. Dieser Übelstand wird durch vorliegendes Buch beseitigt, welches in ausgezeichneter Weise die Aufgaben löst, die sich seine Verfasser gestellt haben: „Dem Leser eine tiefe Kenntnis seiner Handwerkszeuge zu vermitteln, auf Grund derer er in jedem Fall zu dem günstigsten greift“ und ihm zeigen, „was alles mit photographischen Schichten erreicht werden kann, aber auch wo die Grenzen liegen“.

Die ersten drei Teile des Buches behandeln die Grundlagen: die lichtempfindliche Schicht, optische und mechanische Apparate, Lichtquellen, Beleuchtung und Filter. Sie sind von dem ersten der beiden Verfasser abgefaßt und zeigen durch ihre Übersichtlichkeit und leichte Verständlichkeit erneut das große pädagogische Geschick des Autors eines berühmten Lehrbuches. Die beiden folgenden, von den beiden Verfassern gemeinsam bearbeiteten Teile behandeln die Anwendung der photographischen Schicht mit optischer Abbildung und in der Röntgenphotographie. Besonders sei hier auf das Kapitel „Die photographische Platte als Meßmittel“ hingewiesen. Hier werden die Fehler behandelt, die vor allem bei der Verwendung der photographischen Schicht zur Messung von Abständen und zur Bestimmung von Lichtintensitäten auftreten können, und Richtlinien zu ihrer Vermeidung gegeben. Der sechste Teil behandelt die Verwendung photographischer Schichten zum Nachweis von Korpuskeln. Er wurde von H. SCHOPPER bearbeitet und ist absichtlich ausführlich gehalten, da es sich um ein verhältnismäßig neues Gebiet handelt. Außer Elektronenmikroskopie, Massenspektroskopie und Autoradiographie wird vor allem die Kernspurephotographie in sehr klarer Darstellung behandelt, an deren

Entwicklung der Verfasser einen wesentlichen Anteil hat. Die Lektüre dieses Abschnittes gibt einen sehr guten Überblick über das interessante Gebiet und die geistreichen Methoden, die man erdacht hat, um aus der Spur des Teilchens in der Schicht die Art, die Ladung und die Energie des Teilchens zu ermitteln.

Die Darstellung des sehr zu empfehlenden Buches wird durch eine große Anzahl von Literaturzitate und viele gute Abbildungen ergänzt. Verschiedentlich vorkommende kleine Unstimmigkeiten und Druckfehler werden sich in einer bald nötig werdenden zweiten Auflage leicht beseitigen lassen. H. FRIESE

Control of Nuclear Reactors and Power Plants. Hrsg. v. M.A. SCHULTZ. New York: McGraw-Hill 1955. VIII, 313 u. zahlreiche Abb. Geb. \$ 7,50.

Das vorliegende Buch ist das erste einer Serie über Reaktortechnik, bei der der Name des Herausgebers, W. H. ZWISLOCK, schon Gutes erwarten läßt. Bei der Steuerung und Regelung von Reaktoren treffen, wie das für die Reaktortechnik überhaupt typisch ist, mehrere Fachgebiete zusammen: Die Kernphysik, die das Verhalten von Reaktoren mit und ohne äußere Einwirkung beschreibt; die Regeltechnik konventioneller Antriebe und schließlich die Kraftwerkstechnik, die die Entnahme von Energie aus dem Reaktor behandelt. Die Reaktortechnik besteht durch das Zusammenwirken von verschiedenen Faktoren bei großen Entwicklungen, und das Buch von SCHULTZ ist ganz offensichtlich der Niederschlag einer solchen Entwicklungsarbeit in einem großen Kreis. Von dem kernphysikalischen Verhalten ausgehend (als Grundlage wird das Buch von GLASSSTONE und EDLUND vorausgesetzt) werden Reaktorkinetik, die Regelung, Reaktorkontrollmechanismus und die Kraftwerkssteuerung behandelt. Dabei erscheint die Fülle von Ergebnissen in meist übersichtlichen Diagrammen. Die Darstellung ist sorgfältig und sehr verständlich, doch ganz knapp; die Regeltheorie wird ganz vorausgesetzt. Es folgt eine Darstellung von Strahlungsdedektoren, die praktisch nur Instrumente von Westinghouse behandelt, und ein Kapitel über Starten, Betrieb und Abschalten eines Kraftwerksreaktors.

Zum Schluß wird die Verwendung von Simulatoren zur Ausprobieren von Reaktor-Steuersystemen beschrieben. In allen Kapiteln haben zahllose Überlegungen und Erfahrungen ihren Niederschlag gefunden. Durch das Anfügen von Übungsaufgaben wird unterstrichen, daß es sich insgesamt um ein Lehrbuch handelt, das zwar einseitig auf den Erfahrungsschatz einer Gruppe aufbaut, aber infolge seiner inneren Konsequenz jedem, der sich dem Gebiet zuwendet, die besten Ratschläge geben wird. H. MAIER-LEIBNITZ

Ehringhaus, A.: Das Mikroskop. Neubearbeitet v. L. TRAPP. Stuttgart: B.G. Teubner 1958. 144 S. u. 94 Abb. DM 10.80.

Das kleine Bändchen enthält alles, was der Benutzer eines Mikroskops von seiner Wirkungsweise und Handhabung wissen muß. Beim Strahlengang ist im Gegensatz zu allen Physiklehrbüchern wenigstens erwähnt, daß der Normalsichtige die richtige Benützung des Bilds ins Unendliche legen soll. Werden auch die Zeichnungen trotz angeblicher Unanschaulichkeit (d.h. Ungewohntheit!) in diesem Sinn ausgeführt? Die wellentheoretische Behandlung des Auflösungsvermögens und des Phasenkontrastverfahrens sind mit einfachen Mitteln einwandfrei dargestellt. Sehr wertvoll sind die 15 Seiten praktischer Anweisungen zur Vorbereitung der Objekte. G. JOO